

# Kapitel 11: Relationale Entwurfstheorie

## Ziele:

- Charakterisierung "guter" relationaler Schemata
  - jede Relation entspricht genau einer Objektmenge - eventuell unter Einbezug von N:1- oder 1:1-Relationships - oder genau einer Relationship-Menge zwischen Objekten.
  - Redundanz ist eliminiert, alle Informationen sind repräsentierbar, und es treten keinerlei "Änderungsanomalien" auf
    - Änderungen können bei Beachtung der Primärschlüssel- und Fremdschlüsselbedingung keine Inkonsistenzen hervorrufen
    - alle Informationen lassen sich unter Wahrung der Primärschlüssel- und Fremdschlüsselbedingung (ohne "Kunstgriffe") einfügen
    - Informationen können einzeln wieder gelöscht werden, ohne die Primärschlüssel- oder Fremdschlüsselbedingung zu verletzen
- Algorithmische Herleitung solcher "guter" Schemata

## Negativbeispiel:

Bestellungen (Datum, KNr, PNr, Bez, Preis, Gewicht, Menge)

"Typische" Ausprägung:

Datum	KNr	PNr	Bez	Preis	Gewicht	Menge
16.7.	1	1	Papier	20.00	2.000	100
21.7.	1	1	Papier	20.00	2.000	200
26.10.	2	1	Papier	20.00	2.000	100
26.10.	2	5	Disketten	20.00	0.500	50

## 11.1 Funktionalabhängigkeiten (Functional Dependencies)

### Definition:

Sei  $R$  eine Relation mit Attributmengemenge  $\text{sch}(R)$ . Für  $X = \{X_1, \dots, X_m\} \subseteq \text{sch}(R)$  und  $Y = \{Y_1, \dots, Y_n\} \subseteq \text{sch}(R)$  gilt die *Funktionalabhängigkeit*  $X \rightarrow Y$ , gesprochen:  $X$  bestimmt  $Y$ , wenn zu jedem Zeitpunkt für je zwei Tupel  $r, s \in \text{val}(R)$  gelten muß:

$$(r.X_1 = s.X_1 \wedge \dots \wedge r.X_m = s.X_m) \Rightarrow (r.Y_1 = s.Y_1 \wedge \dots \wedge r.Y_n = s.Y_n)$$

(in Kurznotation:  $r.X = s.X \Rightarrow r.Y = s.Y$ ).

### Beispiel:

Bestellungen (Datum, KNr, PNr, Bez, Preis, Gewicht, Menge)

Es gelten beispielsweise die Funktionalabhängigkeiten:

Datum, KNr, PNR  $\rightarrow$  Menge

PNr  $\rightarrow$  Bez, Preis, Gewicht

Es gelten nicht die Funktionalabhängigkeiten:

KNr, PNR  $\rightarrow$  Menge

PNr  $\rightarrow$  Datum

*Achtung:* Funktionalabhängigkeiten sind Integritätsbedingungen, die für alle möglichen Ausprägungen gelten sollen. Insofern kann man aus einer Ausprägung nur schließen, welche Funktionalabhängigkeiten nicht gelten. Eine "typische" Ausprägung kann freilich Anhaltspunkte für Funktionalabhängigkeiten liefern.

### Konkretisierung des Ziels der relationalen Entwurfstheorie:

Alle Funktionalabhängigkeiten sollen in Form von relationalen Primärschlüsselbedingungen verkörpert werden.

Beispiel:

Bestellungen (Datum, KNr, PNr, Bez, Preis, Gewicht, Menge)

verletzt diese Forderung, da beispielsweise  $\text{PNr} \rightarrow \text{Bez}$  keine Primärschlüsselbedingung ist.

## Ableitungsregeln für Funktionalabhängigkeiten

### Definition:

Sei  $R$  eine Relation mit Attributmenge  $\text{sch}(R)$  und einer Menge  $F$  von spezifizierten Funktionalabhängigkeiten. Die Menge aller aus  $F$  logisch ableitbaren Funktionalabhängigkeiten wird als *transitive Hülle*  $F^+$  von  $F$  bezeichnet.

### Regeln:

Sei  $R$  eine Relation mit Attributmenge  $\text{sch}(R)$ . Seien  $X \subseteq \text{sch}(R)$ ,  $Y \subseteq \text{sch}(R)$ ,  $Z \subseteq \text{sch}(R)$  Mengen von Attributen von  $R$ .

*Regel 1 (Reflexivität):* Wenn  $Y \subseteq X$ , dann gilt:  $X \rightarrow Y$ .

*Regel 2 (Erweiterung):* Wenn  $X \rightarrow Y$ , dann gilt:  $XZ \rightarrow YZ$   
(ausführliche Notation:  $(X \cup Z) \rightarrow (Y \cup Z)$ ).

*Regel 3 (Transitivität):* Wenn  $X \rightarrow Y$  und  $Y \rightarrow Z$ , dann gilt:  $X \rightarrow Z$ .

Diese drei Regeln werden auch als Armstrong-Regeln oder Armstrong-Axiome (eines Inferenzsystems für Funktionalabhängigkeiten) bezeichnet. Aus ihnen folgen weitere Ableitungsregeln, beispielsweise:

*Regel 4 (Vereinigung):* Wenn  $X \rightarrow Y$  und  $X \rightarrow Z$ , dann gilt:  $X \rightarrow YZ$ .

*Regel 5 (Pseudotransitivität):* Wenn  $X \rightarrow Y$  und  $WY \rightarrow Z$  mit  $W \subseteq \text{sch}(R)$ , dann gilt:  $XW \rightarrow Z$ .

*Regel 6 (Zerlegung):* Wenn  $X \rightarrow Y$  und  $Z \subseteq Y$ , dann gilt:  $X \rightarrow Z$ .

### Beispiel:

Bestellungen (Datum, KNr, PNr, Bez, Preis, Gewicht, Menge)

Sei  $F = \{ \text{Datum, KNr, PNR} \rightarrow \text{Menge}, \text{PNr} \rightarrow \text{Bez, Preis, Gewicht} \}$ .

Es folgen:

Datum, KNr, PNR $\rightarrow$ PNr	nach der Reflexivitätsregel,
Bez, Preis, Gewicht $\rightarrow$ Bez	nach der Reflexivitätsregel,
PNr $\rightarrow$ Bez	nach der Transitivitätsregel und schließlich
Datum, KNr, PNr $\rightarrow$ Bez	nach der Transitivitätsregel.

**Satz:**

Sei  $R$  eine Relation mit einer Menge  $F$  von Funktionalabhängigkeiten. Durch endlichmalige Anwendung der drei Armstrong-Regeln lassen sich genau alle Funktionalabhängigkeiten in  $F^+$  herleiten.

Die Armstrong-Regeln bilden also einen korrekten und vollständigen Ableitungskalkül für die Funktionalabhängigkeiten in  $F^+$ .

**Beweis:**

siehe Vorlesung

## Ableitbarkeitstest für Funktionalabhängigkeiten

### Definition:

Sei  $R$  eine Relation mit Attributmengemenge  $\text{sch}(R)$  und einer Menge  $F$  von Funktionalabhängigkeiten, und sei  $X \subseteq \text{sch}(R)$ . Die *Hülle*  $X^+$  der Attributmengemenge  $X$  ist die Menge aller Attribute  $A \in \text{sch}(R)$ , für die gilt  $X \rightarrow A \in F^+$ .

### Algorithmus zur Bestimmung von $X^+$ :

Eingabe: Attributmengemenge  $\text{sch}(R)$   
 Funktionalabhängigkeiten  $F$   
 Attributmengemenge  $X \subseteq \text{sch}(R)$

Ausgabe:  $X^+$

**procedure** xplus ( $X$ : set of attribute): set of attribute;

**var** H: set of attribute;  
 newattr: Boolean;

**begin**

H := X; newattr := true;

**while** newattr **do** (\* Invariante:  $X \rightarrow H$  \*)

newattr := false;

**for each**  $Y \rightarrow Z \in F$  **do**

**if**  $Y \subseteq H$  **then**

**if not** ( $Z \subseteq H$ ) **then** H := H  $\cup$  Z; newattr := true; **fi**

**fi**

**od**

**od**

**return** H

**end** xplus;

### Korrektheitsskizze:

Es gilt die Schleifeninvariante, was durch Induktion über die Anzahl der Schleifendurchläufe gezeigt werden kann.

Verankerung:

Vor Eintritt in die Schleife ist  $H = X$ , und es gilt  $X \rightarrow X$  nach Armstrong-Regel 1.

Induktionsschluß:

Es gelte  $X \rightarrow H(i-1)$  vor dem  $i$ -ten Schleifendurchlauf; dabei sei  $H(i-1)$  der Wert von  $H$  nach dem  $(i-1)$ -ten Durchlauf. Nach dem  $i$ -ten Schleifendurchlauf gilt dann:

$X \rightarrow H(i-1)$  und  $H(i-1) \rightarrow Y \rightarrow Z$  sowie nach Regel 3 auch  $X \rightarrow Z$  und nach Regel 4 auch  $X \rightarrow H(i-1) Z$ .

Mit der Zuweisung  $H(i) := H(i-1) Z$  am Ende des Schleifenrumpfes folgt also  $X \rightarrow H(i)$ .

### Beispiel:

$\text{sch}(R) = \{A, B, C, D, E, G\}$

$F = \{AB \rightarrow C, ACD \rightarrow B, BC \rightarrow D, BE \rightarrow C, C \rightarrow A, CG \rightarrow BD, CE \rightarrow AG, D \rightarrow EG\}$

$X = \{B, D\}$

nach Schleifendurchlauf	H
0	{B, D}
1	{B, D, E, G}
2	{B, D, E, G, C, A}
3	{B, D, E, G, C, A}

**Definition:**

Sei  $R$  eine Relation mit Attributmenge  $\text{sch}(R)$  und einer Menge  $F$  von Funktionalabhängigkeiten, und sei  $X \subseteq \text{sch}(R)$ . Eine Attributmenge  $X \subseteq \text{sch}(R)$  ist ein *Schlüsselkandidat*, wenn  $X \rightarrow \text{sch}(R) \in F^+$  gilt und es keine echte Teilmenge von  $X$  gibt, die diese Eigenschaft hat. Ein Attribut  $A \in \text{sch}(R)$  heißt Schlüsselattribut, wenn es in mindestens einem Schlüsselkandidaten von  $R$  vorkommt.

Bemerkung:

Diese Definition eines Schlüsselkandidaten ist konsistent zur Definition von Kapitel 2.

**Algorithmus zur Bestimmung aller Schlüsselkandidaten einer Relation:**

Eingabe: Attributmenge  $\text{sch}(R)$

Funktionalabhängigkeiten  $F$

Ausgabe: alle Schlüsselkandidaten von  $R$

**procedure** findkeys: **set of set of** attribute;

**var**  $K$ : **set of set of** attribute;

iskey: Boolean;

**begin**

$K := \emptyset$ ;

**for each**  $S \in 2^{\text{sch}(R)}$  **do**

iskey := true;

**if**  $x\text{plus}(S) \neq \text{sch}(R)$  **then** iskey := false **fi**;

**for each**  $A \in S$  **while** iskey **do**

**if**  $x\text{plus}(S - \{A\}) = \text{sch}(R)$  **then** iskey := false **fi**

**od**

**if** iskey **then**  $K := K \cup \{S\}$  **fi**

**od**

**return**  $K$

**end** findkeys;

## 11.2 Relationale Normalformen

### Definition Boyce-Codd-Normalform (BCNF):

Sei  $R$  eine Relation mit Attributmenge  $\text{sch}(R)$  und einer Menge  $F$  von Funktionalabhängigkeiten.  $R$  ist in *Boyce-Codd-Normalform (BCNF)*, wenn für jede Funktionalabhängigkeit  $X \rightarrow A \in F^+$  mit  $X \subseteq \text{sch}(R)$ ,  $A \in \text{sch}(R)$  und  $A \notin X$  gilt, daß  $X$  einen Schlüsselkandidaten enthalten muß.

### Definition 3. Normalform (3NF):

Sei  $R$  eine Relation mit Attributmenge  $\text{sch}(R)$  und einer Menge  $F$  von Funktionalabhängigkeiten.  $R$  ist in *3. Normalform (3NF)*, wenn für jede Funktionalabhängigkeit  $X \rightarrow A \in F^+$  mit  $X \subseteq \text{sch}(R)$ ,  $A \in \text{sch}(R)$  und  $A \notin X$  gilt, daß  $X$  einen Schlüsselkandidaten enthalten muß oder  $A$  ein Schlüsselattribut ist.

### Satz:

Jede Relation in BCNF ist auch in 3NF.

### Algorithmus zum Testen, ob eine Relation in BCNF ist

Eingabe: Attributmenge  $\text{sch}(R)$

Funktionalabhängigkeiten  $F$

Ausgabe: true g.d.w. die Relation in BCNF ist

**procedure** BCNFtest: Boolean;

**var** isbcnf: Boolean;

**begin**

isbcnf := true;

**for each**  $X \rightarrow A \in F$  **while** isbcnf **do**

**if**  $A \notin X$  **then if**  $X^+ \neq \text{sch}(R)$  **then** isbcnf := false **fi fi**

**od**

**return** isbcnf;

**end** BCNFtest;

### Beispiele:

- 1) Best (Datum, KNr, PNr, Menge) mit  $F = \{\text{Datum, KNr, PNr} \rightarrow \text{Menge}\}$   
und  
Prod (PNr, Bez, Preis, Gewicht) mit  $F = \{\text{PNr} \rightarrow \text{Bez, Preis, Gewicht}\}$   
sind in BCNF.
- 2) Vorlesungen (Titel, Zeit, Raum)  
mit  $F = \{\text{Titel} \rightarrow \text{Raum},$   
 $\text{Zeit, Raum} \rightarrow \text{Titel}\}$   
ist in 3NF, nicht aber in BCNF.  
Schlüsselkandidaten sind  $\{\text{Titel, Zeit}\}$  sowie  $\{\text{Zeit, Raum}\}$ .  
Die Funktionalabhängigkeit  $\text{Titel} \rightarrow \text{Raum}$  verletzt die BCNF-Bedingung.  
Die Anomalie, daß eine Vorlesung zu verschiedenen Zeiten in verschiedenen Räumen  
stattfindet, wäre also nur durch die Primärschlüsselbedingung nicht auszuschließen.

Beispielausprägung zu Beispiel 2:

<b>Titel</b>	<b>Zeit</b>	<b>Raum</b>
Datenbanken	Di 9-11	HS 2
Datenbanken	Do 9-11	HS 2
Compiler	Di 9-11	HS 3
Compiler	Mi 13-15	HS 3
Betriebssysteme	Mi 13-15	HS 2



## 11.3 Relationendekomposition

### Definition Abhängigkeitsbewahrung:

Sei  $R$  eine Relation mit Attributmenge  $\text{sch}(R)$  und einer Menge  $F$  von Funktionalabhängigkeiten. Eine Zerlegung von  $R$  in  $R_1 (X_1), \dots, R_k (X_k)$  mit  $X_i \subseteq \text{sch}(R)$  und  $X_1 \cup \dots \cup X_k = \text{sch}(R)$  heißt *abhängigkeitsbewahrend*, wenn gilt:

$$\left( (F^+ / X_1)^+ \cup \dots \cup (F^+ / X_k)^+ \right)^+ = F^+,$$

wobei  $F^+ / X_i$  diejenigen Funktionalabhängigkeiten aus  $F^+$  bezeichnen, deren linke und rechte Seite in  $X_i$  enthalten sind.

### Beispiele:

1) Bestellungen (Datum, KNr, PNr, Bez, Preis, Gewicht, Menge)

mit  $F = \{ \text{Datum, KNr, PNR} \rightarrow \text{Menge},$   
 $\text{PNr} \rightarrow \text{Bez, Preis, Gewicht} \}$

Zerlegung in

Best (Datum, KNr, PNr, Menge) mit  $F_1 = \{ \text{Datum, KNr, PNR} \rightarrow \text{Menge} \}$  und

Prod (PNr, Bez, Preis, Gewicht) mit  $F_2 = \{ \text{PNr} \rightarrow \text{Bez, Preis, Gewicht} \}$

ist abhängigkeitsbewahrend.

2) Vorlesungen (Titel, Zeit, Raum)

mit  $F = \{ \text{Titel} \rightarrow \text{Raum},$   
 $\text{Zeit, Raum} \rightarrow \text{Titel} \}$

Zerlegung in

Vorlesungsräume (Titel, Raum) mit  $F_1 = \{ \text{Titel} \rightarrow \text{Raum} \}$  und

Vorlesungszeiten (Titel, Zeit) mit  $F_2 = \emptyset$

ist nicht abhängigkeitsbewahrend.

**Definition Verlustfreiheit:**

Sei R eine Relation mit Attributmengemenge  $sch(R)$  und einer Menge F von Funktionalabhängigkeiten. Eine Zerlegung von R in  $R_1(X_1), \dots, R_k(X_k)$  mit  $X_i \subseteq sch(R)$  und  $X_1 \cup \dots \cup X_k = sch(R)$  heißt (*projektion-join-*) *verlustfrei*, wenn für alle möglichen Ausprägungen, die F erfüllen, gilt:

$$\pi[X_1](R) \bowtie \dots \bowtie \pi[X_k](R) = R.$$

**Beispiel:**

Bestellungen (Datum, KNr, PNr, Bez, Preis, Gewicht, Menge)

mit  $F = \{ \text{Datum, PNr, KNr} \rightarrow \text{Menge}, \text{PNr} \rightarrow \text{Bez, Preis, Gewicht} \}$  und

der Beispielausprägung:

Datum	KNr	PNr	Bez	Preis	Gewicht	Menge
16.7.	1	1	Papier	20.00	2.000	100
16.7.	1	5	Disketten	20.00	0.500	50

Zerlegung in

Best1

Best2

Datum	KNr	PNr	Menge
16.7.	1	1	100
16.7.	1	5	50

und

Datum	Bez	Preis	Gewicht
16.7.	Papier	20.00	2.000
16.7.	Disketten	20.00	0.500

ist nicht verlustfrei, denn  $Best1 \bowtie Best2$  hat die folgende Ausprägung:

Datum	KNr	PNr	Bez	Preis	Gewicht	Menge
16.7.	1	1	Papier	20.00	2.000	100
16.7.	1	5	Disketten	20.00	0.500	50
16.7.	1	1	Disketten	20.00	0.500	100
16.7.	1	5	Papier	20.00	2.000	50

**Satz:**

Zu jeder Relation R mit Funktionalabhängigkeiten F gibt es eine Zerlegung von R in 3NF-Relationen, die abhängigkeitsbewahrend und verlustfrei ist.

**Satz:**

Zu jeder Relation R mit Funktionalabhängigkeiten F gibt es eine Zerlegung von R in BCNF-Relationen, die verlustfrei ist.

**Satz:**

Sei R eine Relation mit Attributmengem  $sch(R)$  und einer Menge F von Funktionalabhängigkeiten. Sei  $X \rightarrow Y \in F^+$  mit  $X \cap Y = \emptyset$ .

Die Zerlegung von R in  $R' (X, Y)$  und  $R'' (X, sch(R) - Y)$  ist verlustfrei.

**Algorithmus für verlustfreie BCNF-Dekomposition**

Eingabe: Relationenschema  $sch(R)$

Funktionalabhängigkeiten F

Ausgabe: verlustfreie Zerlegung in  $R_1, \dots, R_k$ , so daß  $R_1, \dots, R_k$  alle in BCNF sind

Algorithmus:

Teste, ob R in BCNF ist

Falls R nicht in BCNF ist

(\* es gibt eine Funktionalabhängigkeit  $X \rightarrow Y \in F^+$  mit  $X \cap Y = \emptyset$  und  $X \rightarrow sch(R) \notin F^+$  \*)  
dann

zerlege R in  $R' (X, Y)$  und  $R'' (X, sch(R) - Y)$

wiederhole den Zerlegungsalgorithmus für  $R'$  und  $R''$

### Beispiel:

R (FlugNr, Datum, Abflugzeit, FSNr, SitzNr, TicketNr, Name, Adresse, GNr, Gewicht)

F = { FlugNr, Datum → Abflugzeit, FSNr,  
FlugNr, Datum, TicketNr → SitzNr,  
TicketNr → Name, Adresse,  
GNr → Gewicht }

Schlüsselkandidat: FlugNr, Datum, TicketNr, GNr

Zerlegungsschritte:

1. Zerlegung von R entlang der Funktionalabhängigkeit: FlugNr, Datum → Abflugzeit, FSNr:  
R1 (FlugNr, Datum, Abflugzeit, FSNr) in BCNF und  
R2 (FlugNr, Datum, SitzNr, TicketNr, Name, Adresse, GNr, Gewicht)
2. Zerlegung von R2 entlang der Funktionalabhängigkeit: FlugNr, Datum, TicketNr → SitzNr:  
R21 (FlugNr, Datum, TicketNr, SitzNr) in BCNF und  
R22 (FlugNr, Datum, TicketNr, Name, Adresse, GNr, Gewicht)
3. Zerlegung von R22 entlang der Funktionalabhängigkeit: TicketNr → Name, Adresse:  
R221 (TicketNr, Name, Adresse) in BCNF und  
R222 (TicketNr, FlugNr, Datum, GNr, Gewicht)
4. Zerlegung von R222 entlang der Funktionalabhängigkeit: GNr → Gewicht:  
R2221 (GNr, Gewicht) in BCNF und  
R2222 (GNr, FlugNr, Datum, TicketNr) in BCNF

Umbenennungen:

R1 in Flüge  
R21 in Sitzreservierungen  
R221 in PassagiereMitTicket  
R2221 in Gepäckstücke  
R2222 in Check-in

Achtung:

Das Resultat der Relationendekomposition ist abhängig von der Reihenfolge der Zerlegungsschritte und der Wahl der Funktionalabhängigkeiten für die Zerlegungen.

Ein intuitiv guter Entwurf wird u.U. nur durch geschickte Wahl der Zerlegungsschritte erreicht.

## 11.4 Relationensynthese

### Definition Überdeckung:

Sei eine Relation mit Attributmenge  $\text{sch}(R)$  und einer Menge  $F$  von Funktionalabhängigkeiten. Eine Menge  $F'$  von Funktionalabhängigkeiten über  $\text{sch}(R)$  heißt Überdeckung (engl. cover) von  $F$ , wenn gilt:  $(F')^+ = F^+$ .

### Definition minimale Überdeckung:

Eine Überdeckung  $F'$  von  $F$  heißt minimal, wenn gilt:

- 1) In jeder Funktionalabhängigkeit von  $F'$  hat die rechte Seite ein Attribut.
- 2) Keine echte Teilmenge von  $F'$  ist eine Überdeckung von  $F$ .
- 3) Für jede Funktionalabhängigkeit  $X \rightarrow A \in F'$  und jede echte Teilmenge  $X'$  von  $X$  ist  $F'' := F' - \{X \rightarrow A\} \cup \{X' \rightarrow A\}$  keine Überdeckung mehr von  $F$ .

Beispiel:

$\text{sch}(R) = \{\text{Ang(estellten)Nr}, \text{Name}, \text{Gehalt}, \text{Leistung(sbeurteilung)}, \text{Tarif(klasse)}, \text{Abt(eilungs)Nr}, \text{ProjektNr}, \text{Projektleiter}, \text{Abt(eilungs)leiter}\}$

$F = \{\text{AngNr} \rightarrow \text{Name},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Gehalt},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Tarif},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{AbtNr},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Ableiter},$   
 $\text{ProjektNr} \rightarrow \text{Projektleiter},$   
 $\text{AbtNr} \rightarrow \text{Ableiter},$   
 $\text{AngNr}, \text{Ableiter} \rightarrow \text{Leistung},$   
 $\text{Tarif}, \text{Leistung} \rightarrow \text{Gehalt}\}$

Schritt 1: Entferne redundante Attribute auf den linken Seiten

$\rightarrow \{\text{AngNr} \rightarrow \text{Name},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Gehalt},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Tarif},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{AbtNr},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Ableiter},$   
 $\text{ProjektNr} \rightarrow \text{Projektleiter},$   
 $\text{AbtNr} \rightarrow \text{Ableiter},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Leistung},$   
 $\text{Tarif}, \text{Leistung} \rightarrow \text{Gehalt}\}$

Schritt 2: Entferne redundante Funktionalabhängigkeiten

$\rightarrow \{\text{AngNr} \rightarrow \text{Name},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Tarif},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{AbtNr},$   
 $\text{ProjektNr} \rightarrow \text{Projektleiter},$   
 $\text{AbtNr} \rightarrow \text{Ableiter},$   
 $\text{AngNr} \rightarrow \text{Leistung},$   
 $\text{Tarif}, \text{Leistung} \rightarrow \text{Gehalt}\} = F'$

## Algorithmus zur Berechnung einer minimalen Überdeckung:

Eingabe: Attributmenge sch(R)

Funktionalabhängigkeiten F

(Annahme: alle rechten Seiten von F bestehen aus einem Attribut)

Ausgabe: minimale Überdeckung von F

**procedure** mincover: **set of** FDs;

**var** G: **set of** FDs;

**procedure** xplus (arg1: **set of** FDs, arg2: **set of** attribute): **set of** attribute;

**procedure** reduce (arg: **set of** FDs): **set of** FDs;

**var** H: **set of** FDs;

**begin**

H := arg;

**for each**  $X \rightarrow A \in H$  **do**

**for each**  $C \in X$  **do**

Hred :=  $H - \{ X \rightarrow A \} \cup \{ (X - \{ C \}) \rightarrow A \}$ ;

**if**  $A \in \text{xplus}(H, X - \{ C \})$  **then** H := Hred **fi**;

**od**;

**od**;

**return** H

**end** (\* reduce \*);

**begin**

G := reduce(F);

**for each**  $X \rightarrow A \in G$  **do**

G :=  $G - \{ X \rightarrow A \}$ ;

**if not**  $(A \in \text{xplus}(G, X))$  **then** G :=  $G \cup \{ X \rightarrow A \}$  **fi**;

**od**;

**return** G

**end** mincover;

*Achtung:*

Es kann mehrere, verschiedene, minimale Überdeckungen von F geben. Das Ergebnis des Algorithmus ist also abhängig von der Reihenfolge, in der die Funktionalabhängigkeiten inspiziert werden.

## Algorithmus zur Relationensynthese:

Eingabe: Attributmenge  $sch(R)$

Funktionalabhängigkeiten  $F$

Ausgabe: Menge von Relationen  $R_1, \dots, R_n$  mit Schemata  $sch(R_1), \dots, sch(R_n)$  in 3NF die eine abhängigkeitsbewahrende Zerlegung von  $R$  bilden.

Schritt 1: Berechne eine minimale Überdeckung  $F'$  von  $F$ .

Schritt 2: Partitioniere die Funktionalabhängigkeiten in  $F'$  nach gleichen linken Seiten, d.h. für jede Attributmenge  $X_i$ , die als linke Seite einer oder mehrerer Funktionalabhängigkeiten in  $F'$  vorkommt, alle Funktionalabhängigkeiten  $X_i \rightarrow A_1, \dots, X_i \rightarrow A_{k_i}$  zusammen.

Schritt 3: Bilde für jede Partition von Schritt 2 eine Relation  $R_i$  mit  $sch(R_i) = X_i \cup \{A_1, \dots, A_{k_i}\}$ .

Schritt 4: Falls  $sch(R) - (\cup_i sch(R_i))$  nichtleer ist (es also Attribute in  $sch(R)$  gibt, die in keiner Funktionalabhängigkeit von  $F'$  vorkommen), bilde eine weitere Relation  $R'$  mit  $sch(R') = sch(R) - (\cup_i sch(R_i))$ .

Schritt 5: Falls keine der erzeugten Relationen  $R_i, R'$  einen Schlüssel von  $R$  enthält, erzeuge eine weitere Relation  $R''$ , deren Schema aus einem Schlüssel von  $R$  besteht.

### Satz:

Der Algorithmus zur Relationensynthese erzeugt eine abhängigkeitsbewahrende und verlustfreie 3NF-Zerlegung von  $R$ .

Beispiel:

$sch(R) = \{ \text{Ang(estellten)Nr, Name, Gehalt, Leistung(sbeurteilung), Tarif(klasse),} \\ \text{Abt(eilungs)Nr, ProjektNr, Projektleiter, Abt(eilungs)leiter} \}$

mit minimaler Überdeckung

$F' = \{ \text{AngNr} \rightarrow \text{Name}, \\ \text{AngNr} \rightarrow \text{Tarif}, \\ \text{AngNr} \rightarrow \text{AbtNr}, \\ \text{ProjektNr} \rightarrow \text{Projektleiter}, \\ \text{AbtNr} \rightarrow \text{Abtleiter}, \\ \text{AngNr} \rightarrow \text{Leistung}, \\ \text{Tarif, Leistung} \rightarrow \text{Gehalt} \}$

Ergebnis der Relationensynthese:

Angestellte (AngNr, Name, Tarif, Leistung, AbtNr)

Projekte (ProjektNr, Projektleiter)

Abteilungen (AbtNr, Abtleiter)

Lohn (Tarif, Leistung, Gehalt)

Projektmitarbeit (AngNr, ProjektNr)

## 11.5 Ergänzungen zum algorithmischen Entwurf

Das (algorithmische) Resultat der Relationendekomposition oder der Relationensynthese sollte stets einer kritischen Prüfung unterzogen werden.

Beispiele für sinnvolle "Nachbesserungen von Hand":

- weitere Zerlegung von BCNF-Relationen:

Angestellte (ANr, Informatikkenntnisse, Kinder) mit  $F = \emptyset$

Beispielausprägung:

<u>ANr</u>	Informatikkenntnisse	Kinder
1	Leda	Sabrina
1	Oracle	Sabrina
2	Leda	Pierre
2	Leda	Sabrina

sollte weiter zerlegt werden in

AngInfKenntnisse (ANr, Informatikkenntnisse) und

AngKinder (ANr, Kinder)

→ Theorie der mehrwertigen Abhängigkeiten (Multivalued Dependencies)

→ 4. Normalform (4NF)

- unnötig feine Zerlegungen:

Produkte (PNr, Bez, Preis)

mit  $F = \{ \text{PNr} \rightarrow \text{Bez}, \text{PNr} \rightarrow \text{Preis} \}$

sollte nicht zerlegt werden in

Produktbez (PNr, Bez) und

Produktpreise (PNr, Preis)

- Zerlegung aufgrund irrelevanter Funktionalabhängigkeiten:

Bestellungen (Datum, KNr, PNr, Bez, Preis, Gewicht, Menge, Summe)

mit  $F = \{ \text{Datum, KNr, PNr} \rightarrow \text{Menge}, \text{PNr} \rightarrow \text{Bez, Preis, Gewicht}, \text{Preis, Menge} \rightarrow \text{Summe} \}$

sollte nicht zur folgenden Relation führen

Preise (Preis, Menge, Summe)

- Nicht-BCNF-Relationen, die bezüglich Redundanz und potentieller Inkonsistenz unproblematisch sind:

Kunden (KNr, Name, Postleitzahl, Stadt, Strasse)

mit  $F = \{ \text{KNr} \rightarrow \text{Name, Postleitzahl, Stadt, Strasse}, \text{Postleitzahl} \rightarrow \text{Stadt} \}$

muß nicht notwendigerweise zerlegt werden in

Kundenadressen (KNr, Name, Postleitzahl, Strasse) und

Postleitzahlenverzeichnis (Postleitzahl, Stadt)

- M:N-Relationships ohne Attribute:

Sitze (FlugNr, Datum, SitzNr)

muß bei der Relationendekomposition u.U. manuell hinzugefügt werden (falls diese Information relevant ist)



## **Ergänzende Literatur zu Kapitel 11:**

D. Maier, The Theory of Relational Databases, Computer Science Press, 1983

H. Mannila, K.-J. Raiha, The Design of Relational Databases, Addison-Wesley, 1992

C. Fleming, B. von Halle, Handbook of Relational Database Design, Addison-Wesley, 1988

P. Atzeni, C. de Antonellis, Relational Database Theory, Benjamin Cummings, 1992