Mathematik für Informatiker II

Prof. Dr. Benjamin Doerr
MPI für Informatik

M.Sc. Kai Hagenburg
MIA Group

Sommersemester 2010
Universität des Saarlandes

Hausübung Blatt 10
Ausgabe: 19. Juni 2010 **Abgabe:** 26. Juni 2010 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie: Seien U_1, U_2 Unterräume von V. Dann sind folgende Aussagen äquivalent:

a) $V = U_1 + U_2$ und $U_1 \cap U_2 = \{0\}$.

b) Für alle $v \in V$ existieren eindeutig bestimmte $u_1 \in U_1, u_2 \in U_2$ mit $v = u_1 + u_2$.

Aufgabe 2 (2+2+2+2=8 Punkte)

Beweisen Sie folgende Eigenschaften des orthogonalen Komplements:
Sei V ein endlich-dimensionaler Vektorraum mit Skalarprodukt und sei W ein Unterraum von V.

a) $W^\perp$ ist ein Unterraum von V.

b) Der Durchschnitt $W \cap W^\perp$ enthält nur den Nullvektor.

c) W ist das orthogonale Komplement von $W^\perp$, d.h. $(W^\perp)^\perp = W$.

d) Seien W_1, W_2 Unterräume von V. Ist $W_1 \subseteq W_2$, dann ist $W_2^\perp \subseteq W_1^\perp$.

Aufgabe 3 (4+2=6 Punkte)

Gegeben sei der Polynomraum $\prod_3$ mit dem Skalarprodukt

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} f(x)g(x)\,\mathrm{d}x$$

a) Bestimmen Sie eine Ortho*normal*basis des Unterraumes $\mathrm{span}(1, x, x^2, x^3)$.

b) Berechnen Sie in diesem Vektorraum den Abstand von $f(x) = 1 + x$ und $g(x) = x^2 - 1$.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Entwickeln Sie die folgende Funktion auf $[0, 2\pi]$ in eine Fourierreihe:

$$f(x) = x^2$$