

Übungen zu Theoretische Informatik

<http://www.mpi-sb.mpg.de/units/ag1/teaching/theoinf-ws0304/index.html>

Übung 3

Abgabe: Freitag, 14.11.2003

Aufgabe 1 (Entscheidbarkeitsprobleme)

(3+3+3+3=12 Punkte)

Gegeben sei eine Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta, F)$, ein Zustand $q \in Q$ und ein Zeichen $a \in \Gamma$. Welche der folgenden Probleme sind entscheidbar bzw. unentscheidbar? Warum?

- Erreicht M , gestartet auf der Eingabe $w \in \Sigma^*$, jemals den Zustand z ?
- Schreibt M , gestartet auf der Eingabe $w \in \Sigma^*$, jemals das Zeichen a auf das Band?
- Schreibt M , gestartet auf dem leeren Band, jemals ein von B verschiedenes Zeichen?
- Gegeben sei eine Turingmaschine M . Ist die von M akzeptierte (semi-entschiedene) Sprache endlich?

Aufgabe 2 (Entscheidbarkeitsprobleme)

(3 Punkte)

Sei $L = \{\langle M_1 \rangle \langle M_2 \rangle \mid M_1 \text{ und } M_2 \text{ berechnen dieselbe Funktion}\}$. Ist L entscheidbar (Beweis oder Gegenbeispiel)?

Aufgabe 3 (Eigenschaften rekursiver und rek. aufzählbarer Sprachen)

(3 Punkte)

Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ rekursiv aufzählbare Sprachen. Ist $L_1 \setminus L_2$ rekursiv aufzählbar (Beweis oder Gegenbeispiel)?

Aufgabe 4 (Aufzählbarkeit und rekursive Aufzählbarkeit)

(3+3=6 Punkte)

Sei Σ ein endliches Alphabet mit $\# \notin \Sigma$. Zeigen Sie:

- Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist genau dann rekursiv, wenn es eine Turingmaschine M gibt, die auf ein Ausgabeband alle Wörter $w \in L$, jeweils durch ein Sonderzeichen $\#$ getrennt, in kanonischer Reihenfolge aufschreibt ("auflistet").

- b) Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ ist genau dann rekursiv aufzählbar, wenn es eine Turingmaschine gibt, die auf ein Ausgabeband alle Wörter $w \in L$, jeweils durch ein Sonderzeichen getrennt, in beliebiger Reihenfolge aufschreibt (“aufzählt”). *Hinweis:* Aufgabe 5 vom Übungsblatt 2.

Hinweis: Unter “Ausgabeband” verstehen wir ein spezielles Band, auf dem ein einmal geschriebenes Zeichen $\neq B$ nicht mehr verändert wird.