

Übungen zu Theoretische Informatik

<http://www.mpi-sb.mpg.de/units/ag1/teaching/theoinf-ws0304/index.html>

Übung 5

Abgabe: Freitag, 28.11.2003

Aufgabe 1 (Primzahltest)

(6 Punkte)

Zeigen Sie: Das Problem, für eine Eingabe $n \in \mathbb{N}$, gegeben in Unärdarstellung, zu entscheiden, ob n eine Primzahl ist, ist in P enthalten.

Aufgabe 2 (Nichtdeterministische Turingmaschinen)

(6 Punkte)

Gegeben sei eine nichtdeterministische Turingmaschine $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta, F)$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \mathbb{B}$, $\Gamma = \Sigma \cup \{B\}$, $F = \{q_2\}$ und

$$\delta = \{(q_0, B, q_0, 0, R), (q_0, B, q_1, 1, R), (q_0, B, q_2, B, N), (q_1, B, q_1, 0, R), \\ (q_1, B, q_2, B, N)\} \subseteq (Q \times \Gamma) \times (Q \times \Gamma \times \{L, N, R\}).$$

Geben Sie alle Wörter an, die auf das Band geschrieben werden können, wenn M auf das leere Wort angesetzt wird und nach spätestens fünf Schritten den Endzustand q_2 erreicht.

Aufgabe 3 (Nichtdeterministische Turingmaschinen)

(6 Punkte)

Sei $L = \{w_1 \# w_2 \mid w_1, w_2 \in \mathbb{B}^*, w_2 \text{ kommt als zusammenhängendes Teilwort in } w_1 \text{ vor}\}$. Geben sie eine nichtdeterministische 2-Band-TM an, die L entscheidet, und dabei ihre Köpfe nicht nach links bewegt (formale Schreibweise + Beschreibung).

Hinweis: Der Einfachheit halber können Sie davon ausgehen, dass sich w_1 auf dem ersten und w_2 bereits auf dem zweiten Band befindet und die Köpfe sich auf dem jeweils ersten Zeichen von w_1 bzw. w_2 befinden.

Aufgabe 4 (BPP und die Modifikation BPP')

(3+3=6 Punkte)

Im Folgenden bezeichnet BPP die Variante 2 des BIN PACKING PROBLEM wie im Buch definiert (vor Kapitel 3.2): Gegeben $a_1, \dots, a_n, b \in \mathbb{N}$. Gesucht ist das minimale $k \in \mathbb{N}$, so dass es eine Abbildung $f : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, k\}$ gibt mit $\sum_{f(i)=j} a_i \leq b$ für alle $1 \leq j \leq k$.

Mit BPP' bezeichnen wir folgende Modifikation von BPP : Gegeben $a_1, \dots, a_n, k' \in \mathbb{N}$. Gesucht ist das minimale $b' \in \mathbb{N}$, so dass es eine Abbildung $f : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, k'\}$ gibt mit $\sum_{f(i)=j} a_i \leq b'$ für alle $1 \leq j \leq k'$.

- a) Sei ein Algorithmus A für das Problem BPP gegeben. Beschreiben Sie einen Algorithmus A' für das Problem BPP' unter Benutzung von A .
- b) Sei ein Algorithmus A' für das Problem BPP' gegeben. Beschreiben Sie einen Algorithmus A für das Problem BPP unter Benutzung von A' .

Aufgabe 5* (Die Spezielle Turingmaschine SELF)

(6 Bonuspunkte)

Zeigen Sie, dass es eine Turingmaschine SELF gibt, die ihre Eingabe ignoriert und ihre eigene Gödelnummer auf das Band schreibt.

Hinweis: Denken Sie sich SELF zusammengesetzt aus zwei Teilen A und B, die nacheinander ablaufen. Jeder Teil hat die Aufgabe, die Gödelnummer des anderen Teils auf das Band zu schreiben. Benutzen Sie Aufgabe 3 vom letzten Übungsblatt.