

## Übungen zu Theoretische Informatik

<http://www.mpi-sb.mpg.de/units/ag1/teaching/theoinf-ws0304/index.html>

### Übung 9

Abgabe: Freitag, 16.01.2004

#### Aufgabe 1 (Reguläre Sprachen)

(6 Punkte)

Die Funktion  $shuffle : \mathcal{P}(\Sigma^*) \times \mathcal{P}(\Sigma^*) \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)$  ist wie folgt definiert:

$$shuffle(L_1, L_2) = \{ a_1 b_1 a_2 b_2 \dots a_n b_n \mid n \geq 0, a_1 a_2 \dots a_n \in L_1, b_1 b_2 \dots b_n \in L_2, a_i, b_i \in \Sigma \}$$

Zeigen Sie, dass die regulären Sprachen abgeschlossen sind unter  $shuffle$ , d.h. dass für je zwei reguläre Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  auch  $shuffle(L_1, L_2)$  regulär ist.

#### Aufgabe 2 (Reguläre Ausdrücke)

(2+2=4 Punkte)

Konstruieren Sie NFAs, die dieselbe Sprache wie die folgenden regulären Ausdrücken beschreiben:

- a)  $10 + (0 + 11) 0^* 1$
- b)  $01 (((10)^* + 1111) + 0)^* 1$

#### Aufgabe 3 (Reguläre Ausdrücke)

(3+3+2=8 Punkte)

- a) Sei  $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ . Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die Dezimalzahlen von 0 bis 255 (ohne führende Nullen) beschreibt.
- b) Sei  $\Sigma = \{I, V, X, L, C, D, M\}$ . Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die römischen Zahlen von 1 bis 3999 beschreibt. Eine Erklärung zu römischen Zahlen finden Sie unter <http://www.dynama.de/javascript/5/roemischzahl/roemischzahl.htm>.
- c) Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die von dem DFA aus Übung 7, Aufgabe 1 akzeptierte Sprache beschreibt.

**Aufgabe 4** (Arithmetische Ausdrücke)

(3+3=6 Punkte)

- a) Konstruieren Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache  $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ oder } j \neq k\}$ .
- b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik für die Menge aller arithmetischen Ausdrücken über  $\{+, *, a, b, c, (, )\}$  an, wobei die Ausdrücke keine überflüssigen Klammern enthalten und die Regel "Punktrechnung vor Strichrechnung" beachtet wird.

*Hinweis:* Die Regel "Punkt- vor Strichrechnung" wird beachtet, wenn jede Ableitung eines Wortes Variablen in der Art ersetzt, wie man auch Teilausdrücke des arithmetischen Ausdrucks auswerten würde. Beispiel:  $S \rightarrow a + X \rightarrow a + b * c$  beachtet die Regel "Punkt- vor Strichrechnung",  $S \rightarrow Y * c \rightarrow a + b * c$  beachtet die Regel nicht.