

Übungen zu Theoretische Informatik

<http://www.mpi-sb.mpg.de/units/ag1/teaching/theoinf-ws0304/index.html>

Übung 11

Abgabe: Freitag, 30.01.2004

Aufgabe 1 (Kontextsensitive Sprachen)

(4 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Sprache $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ nicht kontextfrei ist. Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik an, die L erzeugt.

Aufgabe 2 (Kontextfreie Sprachen)

(6·1,5=9 Punkte)

Sind die folgenden Sprachen kontextfrei oder nicht? Beweisen Sie Ihre Aussage.

- a) $L_1 = \{a^i b^j \mid i^2 = j\}$
- b) $L_2 = \{a^i b^j \mid i = j \text{ oder } i = 2j\}$
- c) $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i + j = k, i, j, k \geq 0\}$
- d) $L_4 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$
- e) $L_5 = \{v \# w \mid v \in \mathbb{B}^* \text{ ist Teilwort von } w \in \mathbb{B}^*\}$
- f) $L_6 = \{v^R \# w \mid v \in \mathbb{B}^* \text{ ist Teilwort von } w \in \mathbb{B}^*\}$

Bemerkung zu Teil e) und f): Wir wollen festlegen, dass jedes Wort auch Teilwort von sich selbst ist.

Aufgabe 3 (Reguläre Sprachen und Ausdrücke)

(3+3=6 Punkte)

- a) Gibt es inhärent mehrdeutige reguläre Sprachen? Beweisen Sie Ihre Antwort.
- b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik mit $T = \{\emptyset, a, b, (,), +, \cdot, *\}$ für die Menge der regulären Ausdrücke über $\{a, b\}$ an.

Aufgabe 4 (Nutzlose Variablen)

(5 Punkte)

Im Beweis zu Satz 6.5.2 wurde zunächst die Menge der produktiven Variablen $V' = \{A \in V \mid \exists w \in T^* : A \rightarrow^* w\}$ und anschließend die Menge der erreichbaren Variablen $V'' = \{A \in V' \mid \exists \alpha, \beta \in (V' \cup T)^* : S \rightarrow^* \alpha A \beta\}$ berechnet. Die Menge der nutzlosen Variablen war dann gerade $V \setminus V''$.

Wir wollen nun die beiden Schritte vertauschen. Wir berechnen zunächst die Menge $U'' = \{A \in V \mid \exists \alpha, \beta \in (V \cup T)^* : S \rightarrow^* \alpha A \beta\}$ und dann die Menge $U' = \{A \in U'' \mid \exists w \in T^* : A \rightarrow^* w\}$. Zeigen Sie, dass bei dieser Vorgehensweise die Menge der nutzlosen Variablen im Allgemeinen *nicht* die Menge $V \setminus U'$ ist.

Die Reihenfolge der beiden Schritte im Beweis zu Satz 6.5.2 ist also nicht unerheblich.