

Übungen zu Theoretische Informatik

<http://www.mpi-sb.mpg.de/units/ag1/teaching/theoinf-ws0304/index.html>

Übung 12

Abgabe: Freitag, 6.02.2004

Aufgabe 1 (Kontextfreie Sprachen und Grammatiken) (1+3+1+1=6 Punkte)

- a) Zeigen Sie: Für eine kontextfreie Sprache L ist L^R kontextfrei.
- b) Zeigen Sie: Für eine kontextfreie Grammatik G ist das Problem $L(G) \cap L(G)^R \stackrel{?}{=} \emptyset$ unentscheidbar.

Wie lange ist die Ableitung eines Wortes $w \in L(G)$, wenn die kontextfreie Grammatik G

- c) in Chomsky-Normalform ist? (Begründung!)
- d) in Greibach-Normalform ist? (Begründung!)

Aufgabe 2 (Greibach-Normalform) (6 Punkte)

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (T, V, S, P)$, $T = \{0, 1\}$, $V = \{S, A\}$, $P = \{S \rightarrow 0, S \rightarrow AA, A \rightarrow 1, A \rightarrow SS\}$. Berechnen Sie eine kontextfreie Grammatik G' in Greibach-Normalform mit $L(G') = L(G)$.

Aufgabe 3 (Kellerautomaten) (2+1+3=6 Punkte)

Gegeben sei der Kellerautomat $K = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \#, \delta, F)$ mit $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{\#, x\}$, $F = \{q_2\}$ und

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a, \#) &= \{(q_0, x\#)\}, \\ \delta(q_0, a, x) &= \{(q_0, xx)\}, \\ \delta(q_0, b, \#) &= \{(q_0, x\#), (q_1, \#)\}, \\ \delta(q_0, b, x) &= \{(q_0, xx), (q_1, x)\}, \\ \delta(q_1, a, x) &= \{(q_1, \varepsilon)\}, \\ \delta(q_1, b, x) &= \{(q_1, \varepsilon)\}, \\ \delta(q_1, \varepsilon, \#) &= \{(q_2, \varepsilon)\}. \end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie, dass $aba, abb \in L(M)$ und $aa, bab \notin L(M)$.
- b) Beschreiben Sie $L(M)$ in Worten.
- c) Geben Sie einen Kellerautomaten an, der $\{a^n b^m c^n \mid n, m \geq 0\}$ akzeptiert.

Aufgabe 4 (2-Keller-Automaten)

(2+2+2=6 Punkte)

- a) Analog zu Kellerautomaten (NPDA) kann man auch 2-Keller-Automaten (2-NPDA) mit zwei Kellern als 7-Tupel definieren. Geben Sie eine geeignete Definition analog zur Vorlesung (Buch) und die von diesem Automaten durchgeführten Berechnungen an.
- b) Geben Sie einen 2-NPDA für die Sprache $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ an.
- c) Vergleichen Sie die Mächtigkeit von NPDA, 2-NPDA und Turingmaschinen.

Aufgabe 5* (Reguläre und kontextfreie Sprachen)

(6 Bonuspunkte)

Zeigen Sie: Der Schnitt einer kontextfreien Sprache und einer regulären Sprache ist kontextfrei.

Benutzen Sie die in der Vorlesung bisher noch nicht bewiesene Tatsache, dass es sich bei den kontextfreien Sprachen um genau die Sprachen handelt, die von Kellerautomaten erkannt werden.