I N F O R M A T I K

Universität des Saarlandes

FR 6.2 Informatik

Prof. Dr. Kurt Mehlhorn, Dr. Martin Skutella **WS 2003/04**

Übungen zu Theoretische Informatik

http://www.mpi-sb.mpg.de/units/ag1/teaching/theoinf-ws0304/index.html

Übung 13 Abgabe: Freitag, 13.02.2004

Wie alle anderen Vorlesungen wird auch diese Vorlesung evaluiert. Rufen Sie die URL `http://www.st.cs.uni-sb.de/eva/` auf und geben Sie das Passwort ein. Bitte nehmen Sie sich die Zeit, um die Fragen zu beantworten. Falls Sie kein Passwort erhalten haben, melden Sie sich bitte.

Aufgabe 1 (Abschlusseigenschaften) *(4+4=8 Punkte)*

a) Seien Σ und Δ Alphabete. Eine Funktion $h : \Sigma^* \to \Delta^*$ heißt *Homomorphismus von Σ^* nach Δ^** genau dann, wenn $h(\varepsilon) = \varepsilon$ und für alle $u, v \in \Sigma^*$ gilt: $h(uv) = h(u)h(v)$. Zeigen Sie: Ist L kontextfrei und h ein Homomorphismus, dann ist $h(L) = \{h(w) \mid w \in L\}$ kontextfrei.

b) Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ Sprachen. Dann heißt

$$L_1/L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \exists u \in L_2 : wu \in L_1\}$$

der *rechte Quotient von L_1 und L_2*. Zeigen Sie: Ist L_1 kontextfrei und L_2 regulär, dann ist L_1/L_2 kontextfrei.

Aufgabe 2 (Kellerautomaten mit einem Zustand) *(4 Punkte)*

Sei $K = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, Z_0, \delta)$ ein Kellerautomat, der mit leerem Keller akzeptiert. Geben Sie einen Kellerautomaten K' an, der die gleiche Sprache wie K akzeptiert und mit einem einzelnen Zustand auskommt.

Aufgabe 3 (Normalformen) *(4+2=6 Punkte)*

Eine kontextfreie Grammatik ist in "kurzer Greibach-Normalform", wenn alle Ableitungsregeln von der Form $A \to a\alpha$ mit $A \in V, a \in T$ und $\alpha \in \{\varepsilon\} \cup V \cup V^2$ sind. (Das Adjektiv "kurz" soll verdeutlichen, dass die Länge der rechten Seite jeder Regel ≤ 3 ist.) Man kann zeigen, dass jede kontextfreie Grammatik, deren Sprache nicht das leere Wort enthält, in die kurze Greibach-Normalform transformiert werden kann.

Sei nun $G = (V, T, S, P)$ eine Grammatik in kurzer Greibach-Normalform.

a) Geben Sie einen Algorithmus an, um eine zu G äquivalente Grammatik $G' = (V', T', S', P')$ in Chomsky-Normalform zu erzeugen.

b) Geben Sie obere Schranken für $|V'|$ und $|P'|$ in Abhängigkeit von $|V|$, $|T|$ und $|P|$ an (mit Begründung).

Aufgabe 4 (Entscheidbarkeit) *(3+3=6 Punkte)*

Sie G_R eine reguläre Grammatik und G_K eine kontextfreie Grammatik.

a) Zeigen Sie, dass $L(G_K) \stackrel{?}{\subseteq} L(G_R)$ entscheidbar ist.

b) Zeigen Sie, dass $L(G_R) \stackrel{?}{\subseteq} L(G_K)$ unentscheidbar ist.

Aufgabe 5* (Normalformen) *(6 Bonuspunkte)*

Gibt es für kontextfreie Sprachen, die das leere Wort nicht enthalten, stets eine Grammatik, bei der alle Ableitungsregeln die Form $A \to a$ oder $A \to a\alpha b$ mit $a, b \in \Sigma$, $A \in V$ und $\alpha \in V^*$ haben?

Hinweis: Betrachten Sie Greibach-Normalformen und die gespiegelte Sprache.