



max planck institut  
informatik

# **Schnellste Wege**

## **Wie funktioniert ein Navi?**

### **Unser erster Algorithmus**

**Kurt Mehlhorn und Kosta Panagiotou**  
**Max-Planck-Institut für Informatik**

**Vorlesung Computational Thinking**

# Navigationsgeräte

- Display
- Sprache
- Menu
- Landkarte
- Berechnung im Gang



Was passiert da?

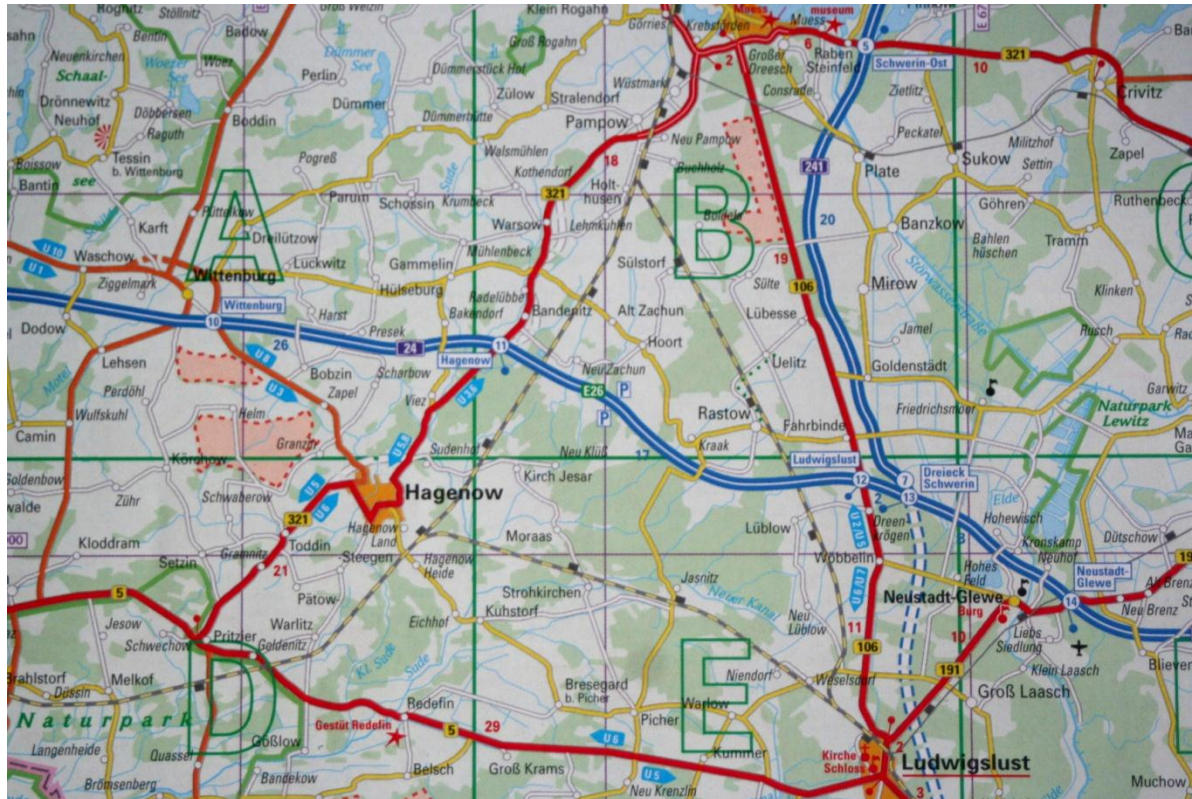
# Ziele der heutigen Vorlesung

- Wie komme ich mit meinem Auto am schnellsten von Start nach Ziel?
- Ein erster Algorithmus
  - Was ist ein Algorithmus?
  - Effizienz: Schritte zählen
- wir gehen bis zur aktuellen Forschung



# Problemstellung

- Finde den schnellsten Weg von S nach Z
- Ausgangspunkt sind Landkarten



# Abstraktion und Modellierung



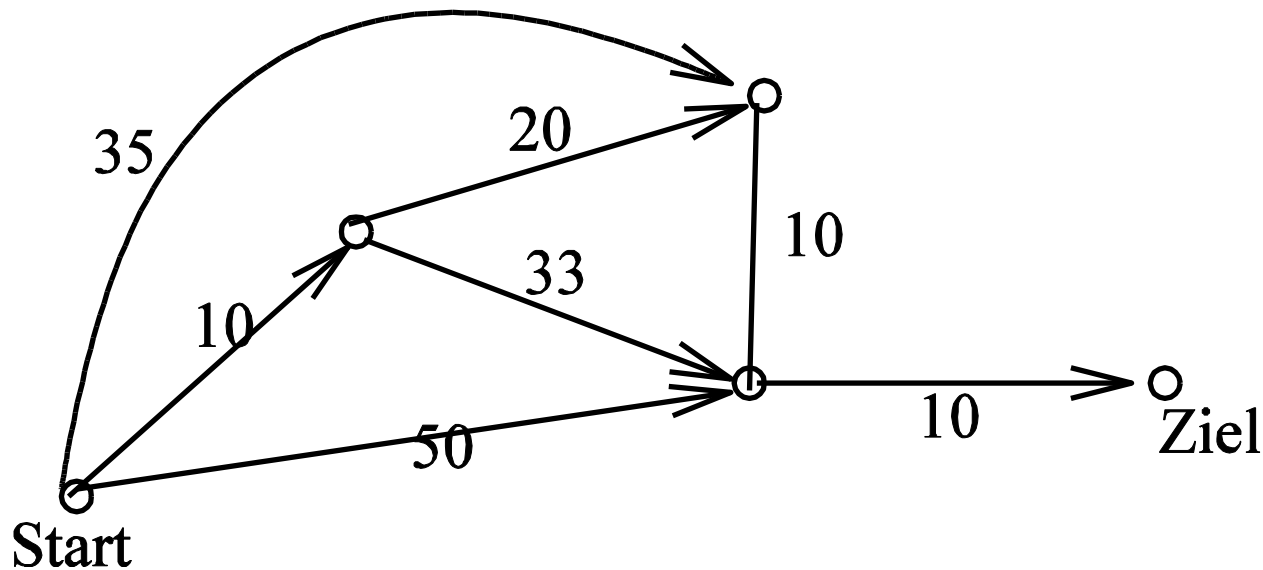
# Strassennetzwerke

- Europa: 24 Millionen Knoten, 58 Millionen Kanten
- Schnellste Wege kann man trotzdem in Sekunden berechnen
- Und sogar in Millisekunden nachschlagen



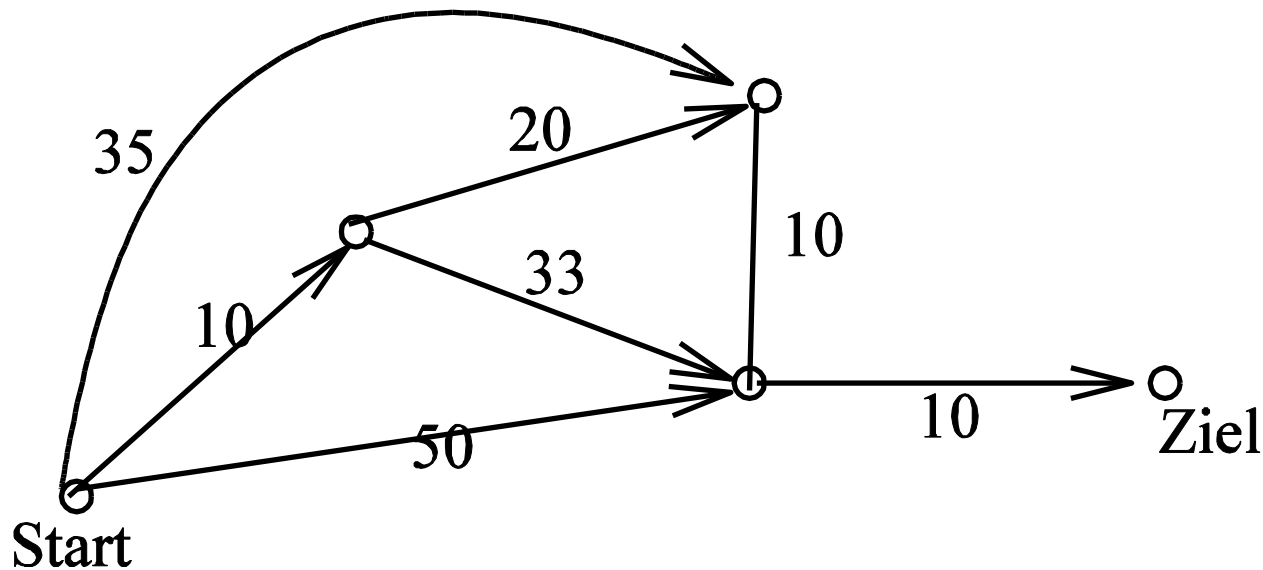
# Schnellste Wege

- Wenn ich in 30 Minuten nach X kommen kann und von X nach Y in 3 Minuten, dann komme ich in 33 Minuten nach Y.



# Regeln für schnellste Wege

1. Von Start nach Start in 0 Minuten
2. Wenn in  $X$  Min. nach A und Straße  $A \rightarrow B$  braucht  $Y$  Min, dann in  $X+Y$  Min nach B
3. Wende an, bis stabil





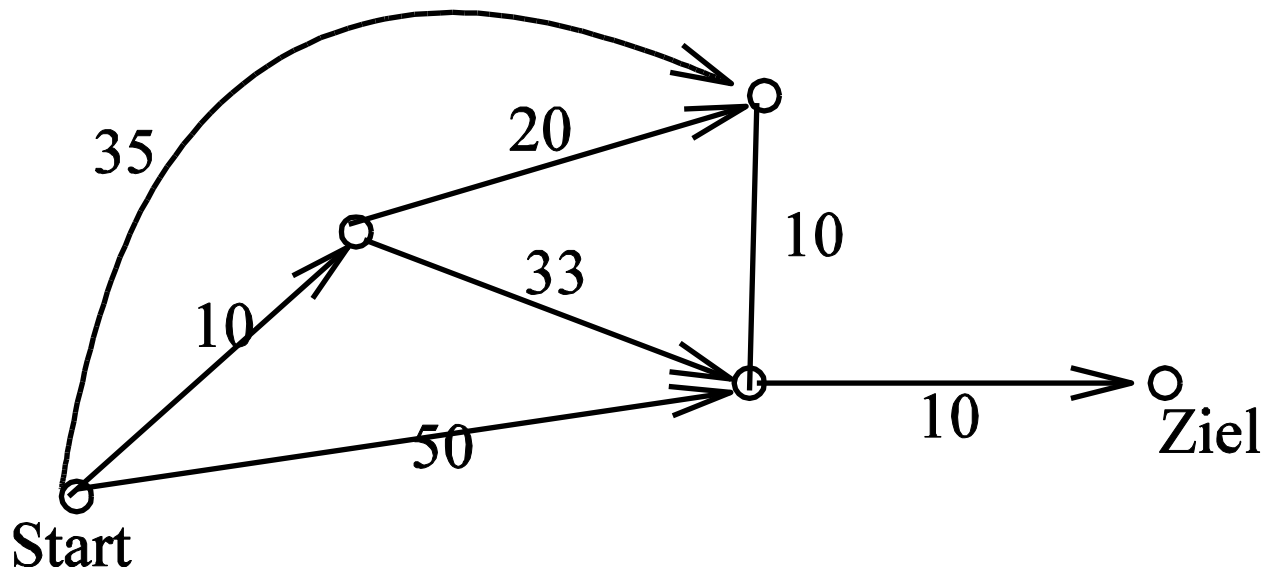
# Fragen

- **Ist das ein Algorithmus?**
- JA, aber nur menschliche Computer kapierten ihn in dieser Formulierung
- **Liefert er immer das richtige Ergebnis?**
- **Liefert er es schnell? Wie lange dauert es, bis sich nichts mehr ändert?**

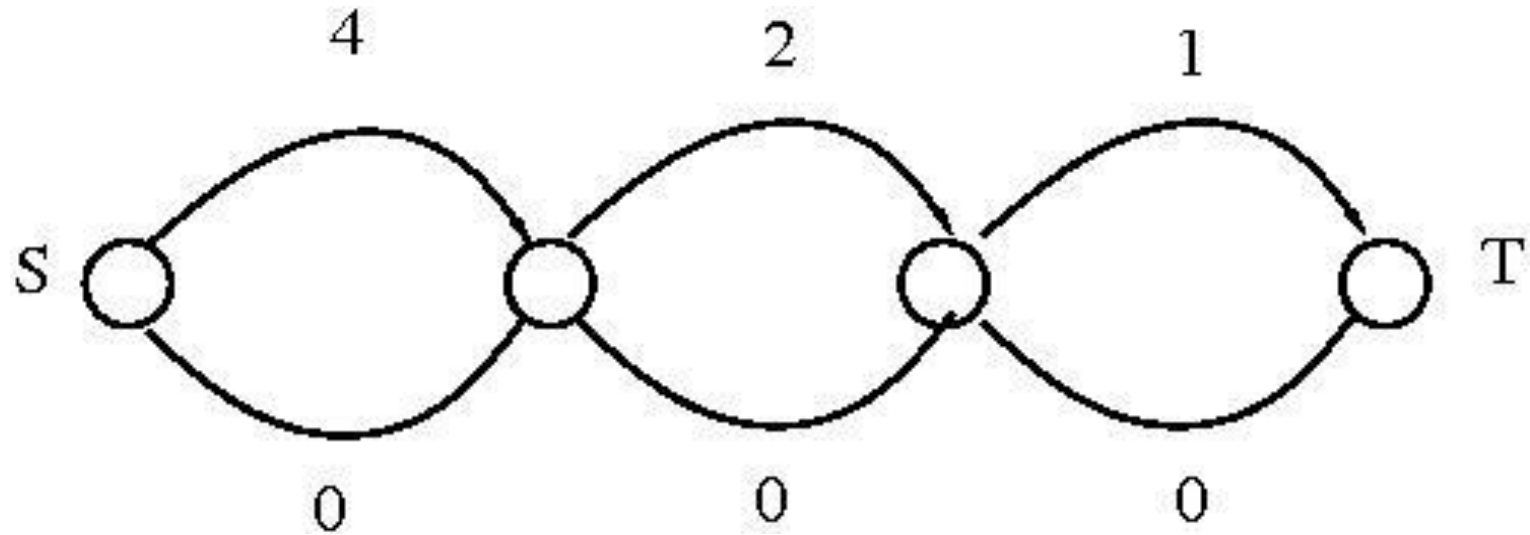


# Korrektheit

- 1) Zu jeder Knotenmarkierung gibt es einen Pfad der entsprechenden Länge.
- 2) Solange schnellste Verbindung nicht gefunden, ist Situation nicht stabil.

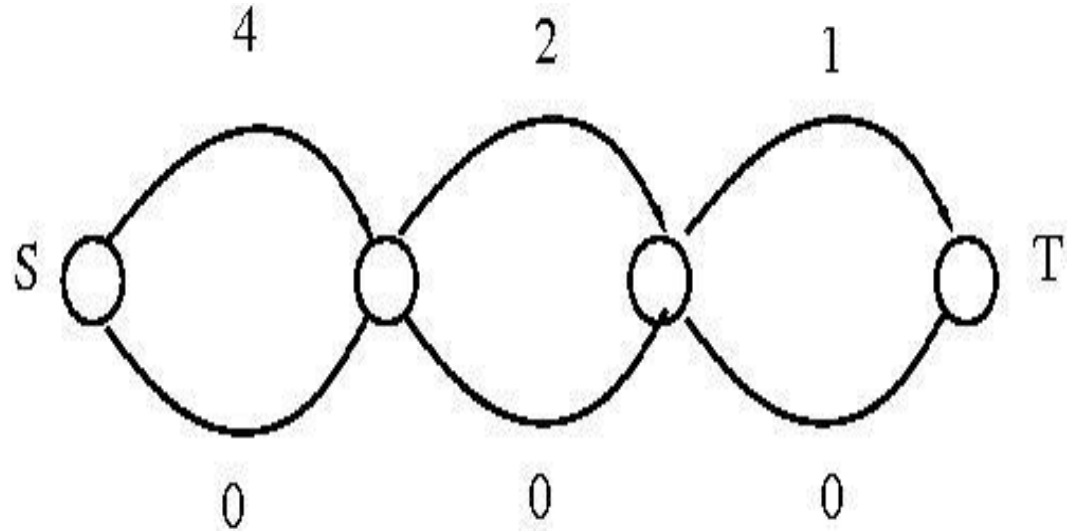


# Effizienz



Fahrzeit nach T wird 8 mal geändert

# Effizienz II



Fahrzeit nach T wird 8 mal geändert

Ein Ort mehr, Laufzeit verdoppelt sich

# Exponentielles Wachstum ist ein Killer

- 4 Orte                      8 Änderungen
- 5 Orte                      16 Änderungen
- 6 Orte                      32
- 7 Orte                      64
- 21 Orte                    mehr als 1000000
- 41 Orte                    mehr als 10000000000000

Mein Rechner kann  $10^9$  Operationen/sec.



# Dijkstras Algorithmus (1959)

- Wenn ich in  $X$  Minuten nach  $A$  komme und von  $A$  nach  $B$  in  $Y$  Minuten, dann komme ich in  $X+Y$  Minuten nach  $B$ .
- Wende die Regel immer auf den Knoten mit dem kleinsten Abstand an, auf den du sie noch nicht angewandt hast.

