

1. Übungsblatt

(Abgabe: 25. - 29. Oktober 1999)

1. **Aufgabe:** EIN EINFACHES PROGRAMM (Punkte: 1)
 Schreiben Sie ein kleines Programm, das zwei Zahlen einliest und Summe und Mittelwert der beiden Zahlen ausdrückt.
2. **Aufgabe:** FEHLERSUCHE (Punkte: 2)
 Korrigieren Sie den Code in `gcd_main.C` und `gcd.[hC]`. Benutzen Sie ein `makefile` und gegebenenfalls einen Debugger.
3. **Aufgabe:** ZWEI EINFACHE KLASSEN (Punkte: 7)

Entwerfen und Implementieren Sie eine Klasse `Line` für Geraden. Ein Objekt der Klasse `Line` soll aus zwei Objekten vom dem aus der Vorlesung bekannten Typ `Point` konstruiert werden können. Ebenso soll eine `Line` aus einem `Point` und zwei `float` Werten konstruiert werden können. Ferner soll es eine Memberfunktion `float Line::distance(const Point&)` geben, die den Abstand eines Punktes zu einer Geraden berechnet.

Hinweis:

Der Abstand d eines Punktes $\mathbf{c} = [c_1, c_2]^T \in \mathbf{R}^2$ von einer Gerade durch die Punkte $\mathbf{a} = [a_1, a_2]^T \in \mathbf{R}^2$ und $\mathbf{b} = [b_1, b_2]^T \in \mathbf{R}^2$ ist gegeben durch:

$$d = \sqrt{\frac{|\mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{c} \times (\mathbf{b} - \mathbf{a})|}{(\mathbf{b} - \mathbf{a})^T (\mathbf{b} - \mathbf{a})}}$$

Dabei sind das Skalarprodukt und das Kreuzprodukt für zwei Vektoren $\mathbf{u} = [u_1, u_2]^T, \mathbf{v} = [v_1, v_2]^T \in \mathbf{R}^2$ wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^T \mathbf{v} &= u_1 v_1 + u_2 v_2 && \text{(Skalarprodukt)} \\ \mathbf{u} \times \mathbf{v} &= u_1 v_2 - u_2 v_1 && \text{(Kreuzprodukt)} \end{aligned}$$

Erweitern Sie die Klasse `Point` um Memberfunktionen `float Point::distance(const Point&)` und `float Point::distance(const Line&)`, die den Abstand eines Punktes zu einem anderen Punkt bzw. einer Geraden berechnen.

4. **Aufgabe:** MANDELBROT UND JULIA MENGEN (Punkte: 10)

Wir wollen die fraktale Struktur der Mandelbrot und der Julia Mengen als Graustufen Bilder visualisieren, indem wir das Divergenzverhalten der iterierten Abbildung $z_{i+1} = z_i^2 + c$ in der komplexen Zahlenebene untersuchen.

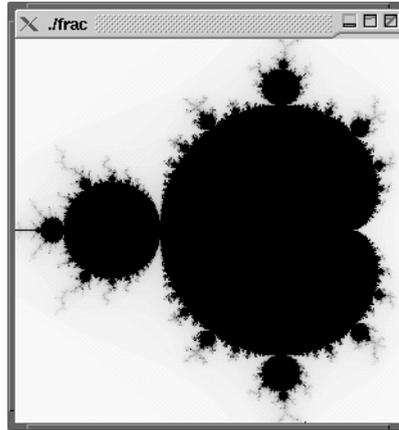
Zur Berechnung der Mandelbrot Menge setzen wir $z_0 = 0$ und bestimmen für jedes c aus dem Definitionsbereich die Zahl $k(c)$ der Iterationen, so dass $z_{k(c)}$ erstmals außerhalb des Kreises um den Ursprung mit Radius 2 liegt:

$$k(c) = \min\{i \geq 0 \mid |z_i| > 2\}$$

Die Helligkeit $f(c) \in [0..255]$ für einen Punkt c kann man z.B. wie folgt definieren:

$$f(c) = \lfloor 2.55 * (100 - \min\{k(c), 100\}) \rfloor$$

Für $\Re(c) \in [-1.5, 0.5]$ und $\Im(c) \in [-1.0, 1.0]$ erhält man folgendes Ergebnis:



Zur Berechnung von Julia Mengen legt man c fest und lässt z_0 über einen gewissen Bereich variieren. Die Funktionen k und f hängen nun nicht mehr von c ab, sondern von z_0 . Einige interessante Ergebnisse erhält man für $\Re(z_0), \Im(z_0) \in [-1, 1]$ und $c = (-0.74543, 0.11301)$, $c = (-0.194, 0.6557)$, $c = (0.27334, 0.00742)$ oder $c = (0.11031, -0.67037)$.

Benutzen Sie die Klasse `double_complex` aus `<complex>` zur Realisierung der Arithmetik über den komplexen Zahlen und orientieren Sie sich zur Visualisierung an dem Beispielprogramm `grey.C`.