8 Web-Retrieval mit Autoritäts-Ranking

Ziel:
Höheres Ranking von URLs mit hoher Autorität bzgl.
Umfang, Signifikanz, Aktualität und Korrektheit von Information
$\rightarrow$ verbesserte Präzision von Suchresultaten

Ansätze (mit Interpretation des Web als gerichtetem Graphen G):
- Citation- oder Impact-Rank (q) ~ indegree (q)
- Page-Rank (nach Lawrence Page)
- HITS-Algorithmus (nach Jon Kleinberg)

Kombination von Relevanz- und Autoritäts-Ranking:
- gewichtete Summe mit geeigneten Koeffizienten (Google)
- initiales Relevanz-Ranking und iterative
  Verbesserung durch Autoritäts-Ranking (HITS)

Page-Rank r(q)

gegeben: gerichteter Web-Graph G=(V,E) mit |V|=n und
Adjazenzmatrix A: A_{ij} = 1 falls (i,j)∈ E, 0 sonst

Idee: $$r(q) \approx k \sum_{(p,q)\in G} r(p) / outdegree(p)$$

Def.: $$r(q) = \varepsilon / n + (1-\varepsilon) \sum_{(p,q)\in G} r(p) / outdegree(p)$$

mit $0 < \varepsilon \leq 0.2$

Satz: Mit A'_{ij} = 1/outdegree(i) falls (i,j)∈ E, 0 sonst, gilt:

$$\vec{r} = \frac{\vec{\varepsilon}}{n} + (1-\varepsilon) A' \vec{r} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{1-\varepsilon}\vec{r} = \left(\frac{\vec{\varepsilon}}{(1-\varepsilon)n} \vec{1}^T + A' \right) \vec{r}$$

d.h. r ist Eigenvektor einer modifizierten Transitionsmatrix

Iterative Berechnung von r(q) (auf großem Web-Crawl):
- Initialisierung mit r(q) := 1/n
- Verbesserung durch Auswerten der rekursiven Definitionsgleichung

konvergiert typischerweise mit ca. 100 Iterationen

Exkurs: Markov-Ketten

Ein **stochastischer Prozeß** ist eine Familie von
Zufallsvariablen $\{X(t) \mid t \in T\}$.
T heißt Parameterraum, und der Definitionsbereich M der X(t)
heißt Zustandsraum. T und M können diskret oder kontinuierlich sein.

Ein stochastischer Prozeß heißt **Markov-Prozeß**, wenn
für beliebige $t_1, ..., t_{n+1}$ aus dem Parameterraum und
für beliebige $x_1, ..., x_{n+1}$ aus dem Zustandsraum gilt:

$$P[\, X(t_{n+1}) = x_{n+1} \mid X(t_1) = x_1 \wedge X(t_2) = x_2 \wedge \ldots \wedge X(t_n) = x_n \,]$$
$$= P[\, X(t_{n+1}) = x_{n+1} \mid X(t_n) = x_n \,]$$

Ein Markov-Prozeß mit diskretem Zustandsraum heißt **Markov-Kette**.
O.B.d.A. werden die natürlichen Zahlen als Zustandsraum gewählt.
Notation für Markov-Ketten mit diskretem Parameterraum:
X_n statt $X(t_n)$ mit n = 0, 1, 2, ...

Exkurs: Eigenschaften von Markov-Ketten mit diskretem Parameterraum (1)

Die Markov-Kette Xn mit diskretem Parameterraum heißt

homogen, wenn die Übergangswahrscheinlichkeiten
pij := $P[X_{n+1} = j \mid X_n = i]$ unabhängig von n sind

irreduzibel, wenn jeder Zustand von jedem Zustand mit positiver Wahrscheinlichkeit erreichbar ist:

$$\sum_{n=1}^{\infty} P[X_n = j \mid X_0 = i] > 0 \quad \text{für all i, j}$$

aperiodisch, wenn alle Zustände i die Periode 1 haben, wobei die Periode von i der ggT aller Werte n ist, für die gilt:

$$P[X_n = i \wedge X_k \neq i \text{ für } k = 1,\ldots,n-1 \mid X_0 = i] > 0$$

Exkurs: Eigenschaften von Markov-Ketten mit diskretem Parameterraum (2)

Die Markov-Kette Xn mit diskretem Parameterraum heißt

positiv rekurrent, wenn für jeden Zustand i die Rückkehr-wahrscheinlichkeit gleich 1 ist und mittlere Rekurrenzzeit endlich:

$$\sum_{n=1}^{\infty} P[\, X_n = i \wedge X_k \neq i \; \textit{für}\; k = 1,\ldots,n-1 \,|\, X_0 = i\,] = 1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n\, P[\, X_n = i \wedge X_k \neq i \; \textit{für}\; k = 1,\ldots,n-1 \,|\, X_0 = i\,] < \infty$$

ergodisch, wenn sie homogen, irreduzibel, aperiodisch und positiv rekurrent ist.

Resultate über Markov-Ketten mit diskretem Parameterraum (1)

Für die **n-Schritt-Transitionswahrscheinlichkeiten**

$$p_{ij}^{(n)} := P[\, X_n = j \,|\, X_0 = i \,] \quad \text{gilt:}$$

$$p_{ij}^{(n)} = \sum_k p_{ik}^{(n-1)}\, p_{kj} \qquad \text{mit} \qquad p_{ij}^{(1)} := p_{ik}$$

$$= \sum_k p_{ik}^{(n-l)}\, p_{kj}^{(l)} \quad \textit{für} \; 1 \le l \le n-1$$

in Matrix-Notation: $P^{(n)} = P^n$

Für die **Zustandswahrscheinlichkeiten nach n Schritten**

$$\pi_j^{(n)} := P[\, X_n = j \,] \quad \text{gilt:}$$

$$\pi_j^{(n)} = \sum_i \pi_i^{(0)}\, p_{ij}^{(n)} \qquad \text{mit Anfangswahrscheinlichkeiten } \pi_i^{(0)}$$

in Matrix-Notation: $\Pi^{(n)} = \Pi^{(0)} P^{(n)}$ *(Chapman-Kolmogorov-Gleichung)*

Resultate über Markov-Ketten mit diskretem Parameterraum (2)

Jede homogene, irreduzible, aperiodische Markov-Kette
mit endlich vielen Zuständen ist positiv rekurrent und ergodisch.

Für jede ergodische Markov-Kette existieren
stationäre Zustandswahrscheinlichkeiten $\pi_j := \lim_{n\to\infty} \pi_j^{(n)}$
Diese sind unabhängig von $\Pi^{(0)}$
und durch das folgende lineare Gleichungssystem bestimmt:

$$\pi_j = \sum_i \pi_i \, p_{ij} \quad \textit{für alle } j \qquad \textit{(Gleichgewichts-gleichungen)}$$

$$\sum_j \pi_j = 1$$

in Matrix-Notation: $\Pi^T = \Pi^T \, P$

$$\Pi^T \, \vec{1} = 1$$

Page-Ranks im Kontext von Markov-Ketten

Modellierung des **Random Walks** eines Web-Surfers durch
- Verfolgen von Hyperlinks mit gleichverteilten Wahrscheinlichkeiten
- „Random Jumps“ mit Wahrscheinlichkeit ε

$\rightarrow$ ergodische Markov-Kette

Der Page-Rank einer URL ist die stationäre Besuchswahrscheinlichkeit der URL für diese Markov-Kette.

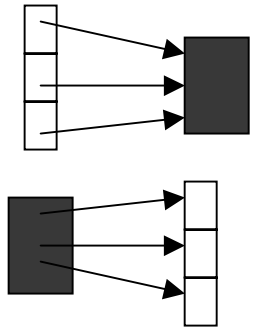
Verallgemeinerungen sind denkbar
(z.B. Random Walk mit Back-Button u.ä.)

Kritik am Page-Rank-Verfahren:
Page-Rank ist query-unabhängig und orthogonal zur Relevanz

HITS-Algorithmus: Hyperlink-Induced Topic Search (1)

Idee:

Bestimme
- gute Inhaltsquellen: **Authorities** (großer indegree)
- gute Linkquellen: **Hubs** (großer outdegree)



Finde
- bessere Authorities mit guten Hubs als Vorgängern
- bessere Hubs mit guten Authorities als Nachfolgern

Für Web-Graph G=(V,E) definiere für Knoten p, q $\in$ V

Authority-Score $x_q = \sum_{(p,q)\in E} y_p$ und

Hub-Score $y_p = \sum_{(p,q)\in E} x_q$

HITS-Algorithmus (2)

Authority- und Hub-Scores in Matrix-Notation:

$$\vec{x} = A^T \vec{y} \qquad \vec{y} = A \vec{x}$$

Iteration mit Adjazenz-Matrix A:

$$\vec{x} := A^T \vec{y} := A^T A \vec{x} \qquad \vec{y} := A \vec{x} := A A^T \vec{y}$$

x und y sind also Eigenvektoren von A^TA bzw. AA^T.

Intuitive Interpretation:

$M^{(auth)} := A^T A$ ist die Cocitation-Matrix: $M^{(auth)}_{ij}$ ist die Anzahl der Knoten, die auf i und j zeigen

$M^{(hub)} := AA^T$ ist die Bibliographic-Coupling-Matrix: $M^{(hub)}_{ij}$ ist die Anzahl der Knoten, auf die i und j zeigen

Implementierung des HITS-Algorithmus

1) Bestimme hinreichend viele (z.B. 50-200) „Wurzelseiten“
   per Relevanz-Ranking (z.B. mittels tf*idf-Ranking)
2) Füge alle Nachfolger von Wurzelseiten hinzu
3) Füge für jede Wurzelseite max. d Vorgänger hinzu
4) Bestimme durch Iteration
   die Authority- und Hub-Scores dieser „Basismenge“
   (von 1000-5000 Seiten)
   mit Initialisierung $x_q := y_p := 1 / |\text{Basismenge}|$
   und Normalisierung nach jedem Schritt
   $\rightarrow$ konvergiert gegen die Eigenvektoren mit dem
   betragsgrößten Eigenwert (falls dieser Multiplizität 1 hat)
5) Gib Seiten nach absteigend sortierten Authority-Scores aus
   (z.B. die 10 größten Komponenten von x)

Kritik am HITS-Algorithmus:
Relevanz-Ranking innerhalb der Wurzelmenge bleibt unberücksichtigt

Verbesserter HITS-Algorithmus

Potentielle Schwachstellen des HITS-Algorithmus:
- irritierende Links (automatisch generierte Links, Spam, etc.)
- Themendrift (z.B. von „Jaguar car“ zu „car“ generell)

Verbesserung:
- Einführung von Kantengewichten:
  0 für Links auf demselben Host,
  1/k bei k Links von k URLs desselben Host zu 1 URL (xweight)
  1/m bei m Links von 1 URL zu m URLs desselben Host (yweight)
- Berücksichtigung von thematischen Relevanzgewichten (z.B. tf*idf)

→ Iterative Berechnung von

Authority-Score $$x_q = \sum_{(p,q)\in E} y_p * topic\,score(p) * xweight(p,q)$$

Hub-Score $$y_p = \sum_{(p,q)\in E} x_q * topic\,score(q) * yweight(p,q)$$

Bestimmung verwandter URLs

Cocitation-Algorithmus:

- Bestimme bis zu B Vorgänger der gegebenen URL u
- Für jeden Vorgänger p bestimme bis zu BF Nachfolger ≠ u
- Bestimme unter allen Geschwistern s von u diejenigen mit der größten Anzahl von Vorgängern, die sowohl auf s als auch auf u zeigen (Cocitation-Grad)

Companion-Algorithmus:

- Bestimme geeignete Basismenge um die gegebene URL u herum
- Wende den HITS-Algorithmus auf diese Basismenge an

Companion-Algorithmus zur Bestimmung verwandter URLs

1) Bestimmung der Basismenge: u sowie
   - bis zu B Vorgänger von u und
     für jeden Vorgänger p bis zu BF Nachfolger ≠ u sowie
   - bis zu F Nachfolger von u und
     für jeden Nachfolger c bis zu FB Vorgänger ≠ u

   mit Elimination von Stop-URLs (wie z.B. www.yahoo.com)
2) Duplikateliminierung:
   Verschmelze Knoten, die jeweils mehr als 10 Nachfolger haben und mehr als 95 % ihrer Nachfolger gemeinsam haben
3) Bestimme Authority-Scores mit dem verbesserten HITS-Algorithmus

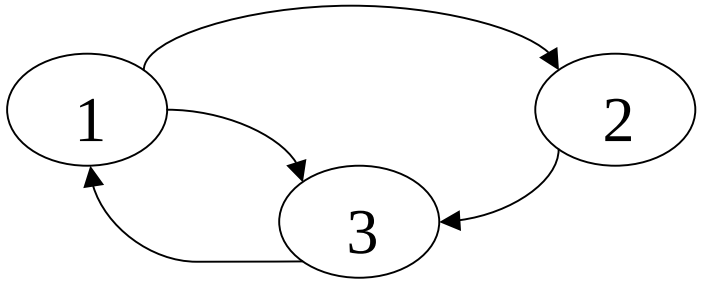
HITS-Algorithmus zur „Community Detection“

Wurzelmenge kann mehrere Themen bzw. „Communities“ beinhalten, z.B. bei Queries „jaguar“, „Java“ oder „randomized algorithm“

Ansatz:

- Bestimmung der k betragsgrößten Eigenwerte von $A^T A$ und der zugehörigen Eigenvektoren x
- In jedem dieser k Eigenvektoren x reflektieren die größten Authority-Scores eine eng vernetzte „Community“

Beispiel: Page-Rank-Berechnung



$\varepsilon = 0.2$

$$P = \begin{pmatrix} 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.1 & 0.0 & 0.9 \\ 0.9 & 0.1 & 0.0 \end{pmatrix}$$

$$\Pi^{(0)} \approx \begin{pmatrix} 0.333 \\ 0.333 \\ 0.333 \end{pmatrix} \Rightarrow \Pi^{(1)} \approx \begin{pmatrix} 0.333 \\ 0.200 \\ 0.466 \end{pmatrix} \Rightarrow \Pi^{(2)} \approx \begin{pmatrix} 0.439 \\ 0.212 \\ 0.346 \end{pmatrix} \Rightarrow \Pi^{(3)} \approx \begin{pmatrix} 0.332 \\ 0.253 \\ 0.401 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \Pi^{(4)} \approx \begin{pmatrix} 0.385 \\ 0.176 \\ 0.527 \end{pmatrix} \Rightarrow \Pi^{(5)} \approx \begin{pmatrix} 0.491 \\ 0.244 \\ 0.350 \end{pmatrix}$$

$\pi 1 = 0.1\ \pi 2 + 0.9\ \pi 3$
$\pi 2 = 0.5\ \pi 1 + 0.1\ \pi 3$
$\pi 3 = 0.5\ \pi 1 + 0.9\ \pi 3$
$\pi 1 + \pi 2 + \pi 3 = 1$

$\Rightarrow \pi 1 \approx 0.433,\ \pi 2 \approx 0.094,\ \pi 3 \approx 0.471$