Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 29.4.97
Abgabe bis Dienstag, 6.5.97, 12:15 Uhr

Übungen zur Vorlesung

# Informatik IV

Übungsblatt 3

**Aufgabe 3.1 (6P)**
Stelle mit Hilfe des Markierungsalgorithmus fest, ob die folgenden Hornformeln erfüllbar sind. Falls ja, gib das vom Algorithmus berechnete Modell an.

(a) $F_1 = (\neg A \vee \neg D \vee \neg E) \wedge (\neg C \vee \neg D) \wedge (G \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow A) \wedge B \wedge (A \wedge D \rightarrow E) \wedge D$

(b) $F_2 = D \wedge (\neg B \vee \neg D) \wedge (C \wedge D \rightarrow G) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee \neg G) \wedge (D \rightarrow C) \wedge (E \rightarrow A)$

**Aufgabe 3.2 (6P)**
Sei $F = (A_1 \leftrightarrow B_1) \wedge (A_2 \leftrightarrow B_2)$. Bestimme binäre Entscheidungsdiagramme (BDDs) bezüglich der Ordnungen $A_1 < B_1 < A_2 < B_2$ und $A_1 < A_2 < B_1 < B_2$.

**Aufgabe 3.3 (8P)**
Ein *boolescher Ring* hat die Operationen $+$, $\cdot$ , 0, 1, und es gelten die folgenden Gleichungen:

$$x + (y + z) = (x + y) + z \tag{1}$$
$$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z \tag{2}$$
$$x + y = y + x \tag{3}$$
$$x \cdot y = y \cdot x \tag{4}$$
$$x + 0 = x \tag{5}$$
$$x \cdot 1 = x \tag{6}$$
$$x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z) \tag{7}$$
$$x \cdot x = x \tag{8}$$
$$x + x = 0 \tag{9}$$
$$x \cdot 0 = 0. \tag{10}$$

(a) Definiere auf den Wahrheitswerten $\{0, 1\}$ durch Angabe der Additions- und der Multiplikationstabelle einen booleschen Ring.

(b) Zeige, daß man die Operationen $\neg$, $\wedge$, und $\vee$ mit Hilfe der Operationen des booleschen Rings darstellen kann.

(c) Übersetze die Formel $F = (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg C)$ entsprechend in eine Formel $G$.

(d) Durch Anwenden der Gleichungen (5)–(10) von links nach rechts *modulo AC* erhält man eine Normalform. (Anwenden *Modulo AC* heißt, daß man vor dem Anwenden der Gleichung die Assoziativität (1),(2) und die Kommutativität (3),(4) beliebig oft und in beliebiger Richtung anwenden darf.)

Bestimme die Normalform von $G$.

(e) Beschreibe, wie die Normalform im allgemeinen aussieht.

(f) Zeige, daß die Normalform eindeutig modulo AC ist. (Eindeutig *Modulo AC* heißt, daß man die verschiedenen Normalformen durch Anwenden der AC-Gleichungen ineinander überführen kann.)