Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 13.5.97
Abgabe bis Dienstag, 20.5.97, **12:05** Uhr

Übungen zur Vorlesung

# Informatik IV

Übungsblatt 5

**Aufgabe 5.1 (2P)**
Gegeben sei die prädikatenlogische Formel $F$:

$$(\forall x\, \exists y\, R(x, f(y), z) \wedge \forall x\, (Q(x, y) \rightarrow \forall x\, P(x))) \vee \exists y\, (P(y) \wedge \neg P(z))$$

Gib für jedes Vorkommen einer Variablen in $F$ an, ob die Variable gebunden oder frei ist. Gib für gebundene Variablen den Quantor an, der sie bindet.

**Aufgabe 5.2 (5P)**
Gib für die folgenden Formeln jeweils zwei Interpretationen an: Eine, in der die Formel wahr ist, und eine, in der sie falsch ist.

(a) $\exists x\, P(x) \rightarrow \forall x\, P(x)$

(b) $\forall x\, \exists y\, P(x, y) \rightarrow \exists x\, \forall y\, P(x, y)$

(c) $\exists x\, (P(x) \rightarrow Q(x)) \rightarrow (\exists x\, P(x) \rightarrow \exists x\, Q(x))$

**Aufgabe 5.3 (5P)**
Gib eine Struktur an, die die folgenden Formeln erfüllt:

$$\forall x\, x + 0 = x \tag{1}$$

$$\forall x\, \forall y\, x + succ(y) = succ(x + y) \tag{2}$$

$$\neg \forall x\, \forall y\, x + y = y + x \tag{3}$$

**Aufgabe 5.4 (8P)**
Betrachte Strukturen, deren Universum aus den disjunkten Teilmengen der Tabellen (engl. dictionary), der Schlüssel (key), und der Datenelemente (element) besteht, und die die folgende Eigenschaft hat:

$$\mathsf{lookup}(\mathsf{enter}(\ldots \mathsf{enter}(\mathsf{empty}, k_n, e_n) \ldots, k_1, e_1), k) = \begin{cases} e_i, & \text{falls } k = k_i \text{ und } k \neq k_j \text{ für alle } j < i \\ \mathsf{undef}, & \text{sonst} \end{cases} \tag{4}$$

wobei $k_1, \ldots, k_n$ Schlüssel und $e_1, \ldots, e_n$ Datenelemente sind. empty bezeichnet die leere Tabelle, enter die Funktion des Einfügens in eine Tabelle, und undef ein beliebiges Datenelement.

(a) Gib in Prädikatenlogik mit Gleichheit eine endliche Axiomatisierung für Tabellen an (endlich heißt insbesondere ohne „ ... “). *Hinweis*: Teilmengen des Universums kann man durch einstellige Prädikatensymbole repräsentieren.

(b) Zeige per Induktion, daß alle Modelle der Axiomatisierung die Eigenschaft (4) haben.