Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 27.5.97
Abgabe bis Dienstag, 3.6.97, 12:05 Uhr

Übungen zur Vorlesung

Informatik IV

Übungsblatt 7

Aufgabe 7.1 (6P)
Eine strikte partielle Ordnung heißt *dicht*, wenn es zwischen je zwei verschiedenen Elementen ein weiteres gibt, und ohne Endpunkte, wenn es zu jedem Element noch ein größeres und ein kleineres gibt. D.h so eine Ordnung erfüllt die folgenden Axiome:

$$\forall x \neg x < x \tag{1}$$
$$\forall x \forall y \forall z \, (x < y \wedge y < z \rightarrow x < z) \tag{2}$$
$$\forall x \forall y \exists z \, (x < y \rightarrow x < z \wedge z < y) \tag{3}$$
$$\forall x \exists y \, y < x \tag{4}$$
$$\forall x \exists y \, x < y \tag{5}$$

Ein Beispiel für eine dichte Ordnung sind die rationalen Zahlen $(\mathbb{Q}, <)$.

(a) Bringe die Axiome in Skolemform.

(b) Gib ein aus den rationalen Zahlen abgeleitetes Herbrandmodell an.

Aufgabe 7.2 (8P)
Ein Problem mit der konjunktiven Normalform ist, daß sich die Formel dabei exponentiell vergrößern kann. Aus der Aussagenlogik kennt man folgende Variante der konjunktiven Normalform (vgl. Schöning, *Theoretische Informatik – kurzgefaßt*, S.157):

Man bringt die Formel zunächst in Negationsnormalform. Dann führt man für jede Teilformel $G = H_1 \circ H_2$ von F mit $\circ \in \{\wedge, \vee\}$ eine neue Aussagenvariable A_G ein, und beschreibt die Beziehungen zwischen den Teilformeln durch Formeln $A_G \rightarrow (H_1' \circ H_2')$ wobei $H_i' = H_i$ für Literale und $H_i' = A_{H_i}$ sonst. Die konjunktive Normalform ist dann die Konjunktion von A_F und den konjunktiven Normalformen dieser Formeln. (Im Unterschied zu Schöning benutzen wir nur eine Richtung der Äquivalenz, dies reicht für die Erhaltung der Erfüllbarkeit).

(a) Übertrage diese Idee auf die Prädikatenlogik erster Stufe. Behandle dabei die freien Variablen geeignet.

(b) Zeige, daß die Erfüllbarkeit erhalten bleibt.

Aufgabe 7.3 (6P)
Wende den Unifikationsalgorithmus auf die folgenden Paare von Literalen an:

(a) $P(a, f(z))$ und $P(y, y)$

(b) $P(g(x), x)$ und $P(y, h(y))$

(c) $P(x_0, f(x_0, x_0), x_1)$ und $P(f(y_0, y_0), y_1, f(y_1, y_1))$

Die Klausur wird voraussichtlich in der Woche vom 21.–25.7. stattfinden. Bitte sagt oder schreibt mir (`juergen@mpi-sb.mpg.de`) bis Dienstag, 3.6., welche anderen Klausurtermine ihr in dieser Woche habt.