Harald Ganzinger
Jürgen Stuber

Saarbrücken, 9.7.97

Übungsklausur Informatik IV

Als Hilfsmittel zugelassen sind das Schöning-Buch, Unterlagen aus den Übungen und handschriftliche Notizen. Die in der Vorlesung und in den Übungen bewiesenen Sätze dürfen benutzt werden. Es gibt 7 Aufgaben mit insgesamt 105 Punkten. Du hast drei Stunden Zeit.

Aufgabe 1 (15P)
Benutze Tableaux,

(a) um die **Allgemeingültigkeit** von $F_1 = (\neg A \vee \neg B \to \neg C) \to (C \to A \wedge B)$ zu zeigen, und

(b) um die Modelle von $F_2 = (A \vee \neg B \to \neg C) \wedge (\neg A \vee B \to C)$ zu bestimmen.

Aufgabe 2 (15P)
Sei $\leq$ das Symbol für eine partielle Ordnung.
Formalisiere die Aussagen

$$\leq \text{ hat kein größtes Element} \tag{1}$$

$$\text{Für je zwei Elemente existiert eine kleinste obere Schranke bezüglich } \leq \tag{2}$$

$$\text{Zu jedem Element gibt es ein nächstgrößeres} \tag{3}$$

Zum Beispiel ist in $(\mathbb{N}, \leq)$ $n+1$ das nächstgrößere Element zu n, und in $(\mathbb{Q}, \leq)$ hat wegen der Dichte kein Element ein nächstgrößeres.

Aufgabe 3 (15P)
Zeige, daß die Formeln

$$(\forall x \exists y\, P(x,y)) \to (\forall y \exists x\, P(x,y)) \tag{4}$$

$$(\forall x\, P(x,x)) \to (\forall x \forall y \forall z (P(x,y) \vee P(y,z) \vee P(z,x))) \tag{5}$$

weder allgemeingültig noch unerfüllbar sind.

Aufgabe 4 (15P)
Zeige mit Hilfe von Resolution, daß $((\forall x\, P(x)) \wedge (\exists x\, Q(x))) \to (\exists x\, (P(x) \wedge Q(x)))$ allgemeingültig ist.

Aufgabe 5 (15P)
Angenommen man betrachtet aussagenlogische Modelle als Mengen der in ihnen wahren Aussagen, d.h. $\mathcal{A} \mathrel{\widehat{=}} \{A_i \mid \mathcal{A}(A_i) = 1\}$.
Gegeben sei eine Formelmenge M und eine unendliche Folge $\mathcal{A}_0 \subseteq \mathcal{A}_1 \subseteq \mathcal{A}_2 \subseteq \ldots$ von Modellen von M. Definiere $\mathcal{A}_\infty = \bigcup_{j \geq 0} \mathcal{A}_j$. D.h. wenn A_i in $\mathcal{A}_j$ wahr ist, dann ist A_i auch in allen $\mathcal{A}_k$ mit $k > j$ und in $\mathcal{A}_\infty$ wahr.
Zeige, daß $\mathcal{A}_\infty$ ein Modell von M ist.

Aufgabe 6 (15P)
Bestimme eine geschlossene Form für die Rekurrenz

$$T_0 = 0 \tag{6}$$

$$T_n = (n+1)T_{n-1} + (n-1)! \tag{7}$$

Aufgabe 7 (15P)
Du veranstaltest eine Lotterie mit fünf Losen, jedes Los kostet 5 DM. vier Lose sind Nieten, eines ist ein Gewinn zu 20 DM. Jedes der fünf Lose wird mit Wahrscheinlichkeit $0 \leq p \leq 1$ verkauft.
Wähle einen geeigneten Wahrscheinlichkeitsraum und gib Verteilung und die Zufallsvariable für deinen Gewinn an. Berechne den Erwartungswert für den Gewinn.