Priv.-Doz. Dr. Alexander Bockmayr
Fachbereich 14 – Informatik
Universität des Saarlandes,
Max-Planck-Institut für Informatik

Optimierung (SS 1998)

29. Juni 1998

Übungsblatt 10 (Probeklausur)

Aufgabe 1: (10 Punkte)
Betrachte das lineare Optimierungsproblem $\min\{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$ in Standardform, wobei A vollen Zeilenrang hat. Gib für jede der beiden folgenden Aussagen einen Beweis oder ein Gegenbeispiel:

1. Wenn es mehrere optimale Lösungen gibt, dann gibt es unendlich viele optimale Lösungen.
2. Für jede optimale Lösung x^* gilt: Es sind höchstens m Variablen aus x^* positiv.

Aufgabe 2: (5 Punkte)
Betrachte das nichtleere Polyeder $P \subseteq \mathbb{R}^n$. Für jede Variable x_i, $i = 1, \ldots, n$, gelte entweder $x_i \geq 0$ oder $x_i \leq 0$. Stimmt es, daß P mindestens eine zulässige Basislösung besitzt?

Aufgabe 3: (5 Punkte)
Betrachte das lineare Optimierungsproblem $\min\{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$ in Standardform, wobei A vollen Zeilenrang hat. Sei B eine Basis und x_B die zugehörige Basislösung, die zulässig sein soll. Sei $j \notin B$. Leite die Formel für die j-te Basisrichtung d her.

Aufgabe 4: (10 Punkte)
Löse das folgende Optimierungsproblem mit der Simplexmethode:

$$\begin{array}{llllll}
\text{minimiere} & -5x_1 & -4x_2 & -3x_3 & & \\
\text{u.d.N.} & 2x_1 & +3x_2 & +x_3 & \leq & 5 \\
 & 4x_1 & +x_2 & +2x_3 & \leq & 11 \\
 & 3x_1 & +4x_2 & +2x_3 & \leq & 8 \\
 & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0
\end{array}$$

Aufgabe 5: (10 Punkte)
Beim Lösen eines linearen Optimierungsproblems $\min\{c^T x \mid Ax = b, x \geq 0\}$ entstehe das Tableau

$$\begin{array}{r|r|rrrrr|}
\cline{2-7}
 & -10 & \delta & -2 & 0 & 0 & 0 \\
\cline{2-7}
x_3 = & 4 & -1 & \eta & 1 & 0 & 0 \\
x_4 = & 1 & \alpha & -4 & 0 & 1 & 0 \\
x_5 = & \beta & \gamma & 3 & 0 & 0 & 1 \\
\cline{2-7}
\end{array}$$

Die Einträge $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ seien unbekannte Parameter. Gib für jede der folgenden Aussagen Werte für die Parameter an, die die jeweilige Aussage wahr machen:

1. Die momentane Lösung ist degeneriert und optimal.
2. Die optimalen Kosten sind $-\infty$.
3. Die momentane Lösung ist zulässig, aber nicht optimal.

Aufgabe 6: (5 Punkte)
Gib ein einfaches Beispiel für ein lineares Optimierungsproblem, welches zusammen mit seinem Dual mehrere optimale Lösungen besitzt.

Aufgabe 7: (5 Punkte)
Welches ist die spezielle Eigenschaft der Knoten-Kanten-Inzidenzmatrix A eines Netzwerkfluß-problemes, die eine ganzzahlige optimale Lösung bei Netzwerkflußproblemen ohne Kapazitäten mit ganzzahligem Zu- und Abfluß garantiert, falls eine optimale Lösung existiert. Wie ist die Eigenschaft definiert?

Abgabe:	Montag 5.7.98, vor der Vorlesung oder bis 14:00 in den Briefkasten Optimierung