Priv.-Doz. Dr. Alexander Bockmayr
Fachbereich 14 – Informatik
Universität des Saarlandes,
Max-Planck-Institut für Informatik

Optimierung (SS 1998)

6. Juli 1998

Übungsblatt 11

Aufgabe 1: (10 Punkte)
Gegeben sei ein gerichteter Graph $G = (N, A)$ und ein Zu- oder Abfluß b_i an jedem Knoten $i \in N$. Es gelte $\sum_{i \in N} b_i = 0$. Es gibt zwei Arten von Kosten. Zum einen Transportkosten $c_{i,j}$, die beim Transport einer Einheit vom Knoten i zum Knoten j anfallen. Zum anderen gibt es Errichtungkskosten $d_{i,j}$ zum Herstellen einer Verbindung zwischen Knoten i und Knoten j mit Kapazität $u_{i,j}$. Formuliere ein ganzzahliges Programm zur Berechnung eines Netzwerkes, welches den Bedarf deckt und Errichtungs- und Transportkosten minimiert.

Aufgabe 2: (10 Punkte)
Du möchtest in Dein neues Haus umziehen und stellst Dir die Frage, ob Du all Deine Habe so in m Umzugskisten packen kannst, daß nur eine Fahrt mit dem Lastwagen nötig ist. Der Lastwagen hat Größe Q und Kiste i hat Größe b_i, $i = 1, \ldots, m$. Du mußt n Stücke der Größe a_j, $j = 1, \ldots, n$ transportieren. Stelle ein ganzzahliges Programm auf, welches genau dann erfüllbar ist, wenn Du nur einmal fahren mußt.

Aufgabe 3: (10 Punkte)
Zeige, daß die folgenden Probleme polynomiell äquivalent sind.

- *0/1-Erfüllbarkeit:* Eingabe: $A \in \mathbb{Q}^{m \times n}, b \in \mathbb{Q}^m$. Problem: Gibt es Punkte $x \in \{0,1\}^n$ mit $Ax \geq b$?
- *0/1-Optimierung:* Eingabe: $A \in \mathbb{Q}^{m \times n}, b \in \mathbb{Q}^m, c \in \mathbb{Q}^n$. Problem: Gibt es Punkte $x \in \{0,1\}^n$ mit $Ax \geq b$? Wenn ja, dann berechne den 0/1 Punkt x aus $Ax \geq b$, welcher $c^T x$ maximiert.

Hinweis: Binäre Suche!

Aufgabe 4: (10 Punkte)
Korollar 9.2 aus der Vorlesung besagt unter anderem, daß das Problem:

$$\text{Gegeben: } a \in \mathbb{Q}^n, \beta \in \mathbb{Q}, \text{ existiert ein } x \in \{0,1\}^n \text{ mit } a^T x = \beta?,$$

NP−vollständig ist. Zeige: Das obige Problem ist in Polynomzeit lösbar, wenn die Bedingung $x \in \{0,1\}^n$ durch $x \in \mathbb{Z}^n$ ersetzt wird.

Abgabe:	Bis Montag 13.7.98, vor der Vorlesung