Priv.-Doz. Dr. Alexander Bockmayr
Fachbereich 14 – Informatik
Universität des Saarlandes,
Max-Planck-Institut für Informatik

Optimierung (SS 1998)

3. Juni 1998

Übungsblatt 6

Aufgabe 1: (10 Punkte)
(Carathéodory's Theorem) Sei $X \subseteq \mathbb{R}^n$ eine endliche nichtleere Menge und sei x in der konvexen Hülle von X. Zeige: x ist in der konvexen Hülle von höchstens $n+1$ Elementen aus X.
Hinweis: Stelle ein entsprechendes Standardformprogramm auf und betrachte eine gültige Basislösung.

Aufgabe 2: (20 Punkte)

1. Beweise Theorem 4.13 mit dem Farkas' Lemma (Theorem 4.12).

   Sei $Ax \leq b$ ein lineares Ungleichungssystem, das mindestens eine reelle Lösung besitzt, und $c^T x \leq \delta$ eine weitere Ungleichung. Dann sind äquivalent:

   - Jede zulässige Lösung von $Ax \leq b$ erfüllt auch $c^T x \leq \delta$.
   - Es existiert ein $p \geq 0$ mit $p^T A = c^T$ und $p^T b \leq \delta$.

   Hinweis für die " $\Rightarrow$ "-Richtung: Nimm an, es existiert kein $p \geq 0$ mit $p^T A = c^T$ und $p^T b \leq \delta$. Dann kann es kein (p^T, λ) geben mit $(p^T, \lambda) \geq 0$ und

$$(p^T, \lambda) \begin{pmatrix} A & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (c^T, \delta).$$

2. Zeige nun den starken Dualitätssatz.

Aufgabe 3: (10 Punkte)
Betrachte das folgende Standardformproblem und sein Dual:

$$\begin{array}{llll} \text{minimiere} & x_1 + x_2 & \text{maximiere} & p_1 + p_2 \\ \text{u.d.N.} & x_1 = 1 & \text{u.d.N.} & p_1 \leq 1 \\ & x_2 = 1 & & p_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 & & \end{array}$$

Zeige anhand dieses Beispiels, daß die duale Simplexmethode nicht das gleiche ist wie die primale Methode, angewandt auf das duale Problem in Standardform.

Abgabe: Montag 8.6.98, vor der Vorlesung oder bis 14:00 in den Briefkasten Optimierung