Universität Trier, **FB IV Informatik**

Viorica Sofronie-Stokkermans **October 28, 2004**

Übungen "Automatisches Beweisen"
Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1

Bestimme welche der folgenden Formeln erfüllbar/gültig/ungültig sind:

1. $(P \wedge Q) \rightarrow (P \vee Q)$
2. $(P \vee Q) \rightarrow (P \wedge Q)$
3. $\neg(P \wedge \neg\neg P)$
4. $Q \rightarrow \neg Q$
5. $\neg\neg Q \rightarrow Q$
6. $\neg(\neg P \vee \neg\neg P) \vee P$
7. $[(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow R)] \rightarrow (Q \vee R)$

Aufgabe 1.2

Sei For_1 die Menge aller Formeln, die mit Variablen in Π, $\bot, \top, \neg, \vee, \wedge$ gebildet sind. Wir definieren eine Funktion $\widehat{\ } : \mathsf{For}_1 \rightarrow \mathsf{For}_1$, die zu einer Formel in For_1 *die duale Formel* liefert:

$\widehat{P} = P$ falls $P \in \Pi$
$\widehat{\neg F} = \neg \widehat{F}$
$\widehat{\bot} = \top$
$\widehat{\top} = \bot$
$\widehat{F \vee G} = \widehat{F} \wedge \widehat{G}$
$\widehat{F \wedge G} = \widehat{F} \vee \widehat{G}$

(1) Welche sind die duale folgender Formeln:

(a) $\neg(P \vee Q)$;
(b) $\neg(P \wedge \neg\neg(Q \vee R))$;
(c) $\neg P \wedge (\neg\neg Q \vee R)$;
(d) $\neg P \vee Q$;
(e) $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P)$

(2) Beweise, dass für alle Formeln $F, G \in \mathsf{For}_1$, $\models F \leftrightarrow G$ genau dann, wenn $\models \widehat{F} \leftrightarrow \widehat{G}$.
(Der Dualitätssatz)

Aufgabe 1.3
Seien $F_1, \dots, F_n, G$ Formeln. Zeige, dass die Folgenden Behauptungen äquivalent sind:

(a) $\{F_1, \dots, F_n\} \models G$.

(b) $(\bigwedge_{i=1}^{n} F_i) \Rightarrow G$ ist eine Tautologie.

(c) $(\bigwedge_{i=1}^{n} F_i) \wedge \neg G$ ist unerfüllbar.