Universität Trier, **FB IV Informatik**

Viorica Sofronie-Stokkermans **December 6, 2004**

Übungen "Automatisches Beweisen"
Übungsblatt 6

Aufgabe 6.1

Aufgabe 6.2

Sei $\Sigma = (\Omega, \Pi)$, wobei $\Omega = \{0, s, +\}$ und $\Pi = \{\approx\}$. Wir betrachten die folgenden Formeln in der Signatur Σ (wobei $\approx$ als Gleichheit interpretiert wird):

1. $F_1 = \forall x\ (x + 0 = x)$
2. $F_2 = \forall x, y\ (x + s(y) = s(x + y))$
3. $F_3 = \forall x, y\ \ (x + y \approx y + x)$.

Beweisen Sie, dass $F_1 \wedge F_2 \not\models F_3$.

(**Hinweis:** Finden Sie eine Σ-Struktur, die ein Modell für F_1 und F_2 ist, aber nicht für F_3.)

Aufgabe 6.3

Beweisen oder widersprechen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Falls F eine Formel in der Prädikatenlogik erster Stufe ist, so ist F gültig genau dann, wenn $F \rightarrow \bot$ unerfüllbar ist.

(b) Falls F eine Formel in der Prädikatenlogik erster Stufe ist, und x eine Variable, so ist F unerfüllbar genau dann, wenn $\exists x F$ unerfüllbar ist.

(c) Falls F und G Formeln in der Prädikatenlogik erster Stufe sind, so: aus F gültig und $F \rightarrow G$ gültig folgt immer, dass G gültig ist.

(d) Falls F und G Formeln in der Prädikatenlogik erster Stufe sind, so: aus F erfüllbar und $F \rightarrow G$ erfüllbar folgt immer, dass G erfüllbar ist.

(e) Falls F und G Formeln in der Prädikatenlogik erster Stufe sind, und x eine Variable, so: $\forall x(F \wedge G) \models \forall x F \wedge \forall x G$ und $\forall x F \wedge \forall x G \models \forall x(F \wedge G)$.

(f) Falls F und G Formeln in der Prädikatenlogik erster Stufe sind, und x eine Variable, so: $\exists x(F \wedge G) \models \exists x F \wedge \exists x G$ und $\exists x F \wedge \exists x G \models \exists x(F \wedge G)$.