Geordnete Entscheidungsdiagramme

$[P_1, \ldots, P_n]$ geordnete Liste von Variablen (ohne Wiederholungen)

Sei B ein BDD mit Variablen $\{P_1, \ldots, P_n\}$

B hat die Ordnung $[P_1, \ldots, P_n]$
wenn für jedes Pfad $v_1 \to \cdots \to v_n$ in B

falls $\quad i < j$

die Markierung von v_i ist P_{k_i}

die Markierung von v_j ist P_{k_j}

so $\quad k_i < k_j$

Ein geordnetes BDD (i.Z. OBDD) ist ein BDD, das eine Ordnung hat, für eine bestimmte geordnete Liste von Variablen.

Geordnete Entscheidungsdiagramme

Satz. Seien B_1 und B_2 zwei reduzierte OBDDs mit kompatibler Variablenordnung. Falls B_1 und B_2 dieselbe Boole'sche Funktion darstellen, so sind B_1 und B_2 identisch.

OBDDs haben eine kanonische Form: das (eindeutig bestimmte) reduzierte OBDD.

Geordnete Entscheidungsdiagramme

Wichtigkeit von reduzierten OBDDs

Absenz redundanter Variablen:

Wert von $F(x_1, \ldots, x_n)$ nicht von x_i abhängig $\Rightarrow$ jedes reduzierte OBDD das F darstellt enthält keine x_i-Knoten.

Äquivalenztest

$F \mapsto B_F \quad G \mapsto B_G$

$F \equiv G$ gdw. die reduzierten OBDDs identisch sind.

Geordnete Entscheidungsdiagramme

Wichtigkeit von reduzierten OBDDs

Gültigkeits- und Erfüllbarkeitstest

$F \mapsto B_F$

F gültig gdw. das reduzierte OBDD gleich B_1 ist

F erfüllbar gdw. das reduzierte OBDD nicht gleich B_0 ist

Folgerungstest

$F \models G$ gdw. das reduzierte OBDD für $F \wedge \neg G$ gleich B_0 ist

Algorithmen für OBDD's

1. Reduziere (Input: OBDD B, Output: Reduzierte Form von B)

(an der Tafel)

2. Boole'sche Operationen

(an der Tafel)

Algorithmen für OBDD's

2. Boole'sche Operationen

Satz (Shannon Expansion)

Sei F eine Boole'sche Formel und sei P eine Variable.

$$F \equiv (\neg P \wedge F[P/0]) \vee (P \wedge F[P/1])$$