Komplementäre Mengen

Sei $E(x)$ eine Aussagenform über eine Menge U,

und sei $\neg E(x)$ die Negation von $E(x)$.

$M = \{x \in U \mid E(x)\}$

$\overline{M} = \{x \in U \mid \neg E(x)\}$ Komplement von M.

Da $\forall x : (\neg\neg E(x) \Leftrightarrow E(x))$, es gilt immer $\overline{\overline{M}} = M$.

Spezielle Mengen

Sei $E(x)$ eine Aussagenform über eine Menge U.

Liefert $E(x)$ eine Kontradiktion für jedes $x \in U$,
so enthält die Menge $\{x \in U \mid E(x)\}$ kein Objekt von U.
Sie heißt die leere Menge über U und wird durch $\emptyset_U$ bezeichnet.

$\emptyset_M = \emptyset_N$ für beliebige Mengen M, N.

Die Menge, die kein Element enthält heißt die leere Menge, und wird durch $\emptyset$ bezeichnet.

Spezielle Mengen

Sei $E(x)$ eine Aussagenform über eine Menge U.

Liefert $E(x)$ eine Tautologie für jedes $x \in U$,

so enthält die Menge $\{x \in U \mid E(x)\}$ alle Objekte von U.

Sie heißt die Allmenge über U und wird durch U bezeichnet.

Teilmenge und Obermenge

Seien A und B Mengen.

A heißt Teilmenge von B (i.Z. $A \subseteq B$) genau dann, wenn jedes Element von A auch Element von B ist.

$$A \subseteq B \quad \text{gdw.} \quad \forall x : (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

B Obermenge von A $\quad B \supseteq A$

$$A \subset B \quad \text{gdw.} \quad A \subseteq B \text{ und } A \neq B$$

$$A \not\subseteq B \quad \text{gdw.} \quad \neg A \subseteq B$$

$$B \not\supseteq A \quad \text{gdw.} \quad \neg B \supseteq A$$

$$A = B \quad \text{gdw.} \quad A \subseteq B \text{ und } B \subseteq A$$

Potenzmenge und Mengenfamilien

Sei M eine Menge.

$\mathcal{P}(M) \stackrel{\text{def}}{=} \{N \mid N \subseteq M\}$ Potenzmenge von M

$\emptyset \in \mathcal{P}(M)$

$M \in \mathcal{P}(M)$

Ist M endlich, so ist auch $\mathcal{P}(M)$ endlich.