



max planck institut
informatik

Analyse Diskreter Strukturen 2012

--

100 Jahre nach David Hilbert

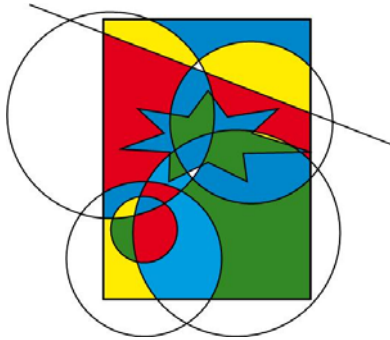
Prof. Dr. Christoph Weidenbach

Perspektivenvorlesung, Dezember 2012

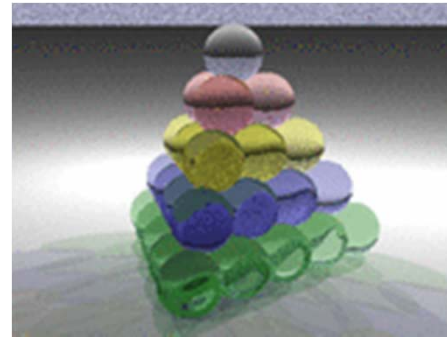
Vision der Philosophie/Mathematik/Informatik:

Formuliere einen Sachverhalt in einer präzisen Sprache mit einer eindeutigen Bedeutung (einer Logik).

Rechne die exakte Lösung aus oder lass den Computer die Lösung ausrechnen.



1976



1998



Leibniz und Boole

„Es wird dann beim Auftreten von Streitfragen für zwei Philosophen nicht mehr Aufwand an wissenschaftlichem Gespräch erforderlich sein als für zwei Rechnerfachleute. Es wird genügen, Schreibzeug zur Hand zu nehmen, sich vor das Rechengerät zu setzen und zueinander (wenn es gefällt, in freundschaftlichem Ton) zu sagen: Laßt uns rechnen.“

Das Auto ist blau. und/oder Der Motor hat 6 Zylinder.

und $X \cdot Y$

oder $X + Y$

$$X \cdot X = X$$

$$X, Y \in \{0, 1\}$$

nicht $(1 - X)$



Boole'sche Logik

X	Y	$\neg X$	$X \wedge Y$	$X \vee Y$	$X \rightarrow Y$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1

Gibt es eine Belegung die $(X \wedge (X \rightarrow Y)) \rightarrow Y$ erfüllt?

Wahrheitstabellen sind ein rein analytisches Verfahren.

Bei n Variablen sind 2^n Fälle zu überprüfen.

Alle diskreten Analyseverfahren müssen sich dieser Problematik stellen.

Alle Eigenschaften lassen sich berechnen.



Hilbert

2. Gibt es eine logische Fundierung der Mathematik?

10. Gibt es ein Verfahren um festzustellen, ob eine Polynomgleichung wie

$$2x^2y^3 - z^7 - 4xz^3 + 23 = 0$$

eine Lösung in den ganzen Zahlen hat?

Gibt es korrekte und vollständige Rechenregeln für Boole'sche Logik?

$$\frac{X \quad X \rightarrow Y}{Y}$$

$$X \rightarrow (Y \rightarrow X)$$

$$(X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow ((X \rightarrow Y) \rightarrow (X \rightarrow Z))$$

$$(X \rightarrow Y) \rightarrow (\neg Y \rightarrow \neg X)$$

$$X \rightarrow (\neg X \rightarrow Y)$$

$$(\neg X \rightarrow X) \rightarrow X$$



Gödel und Davis

In der Theorie der Arithmetik über den ganzen Zahlen mit Multiplikation und Boole'schen Verknüpfungen gibt es Aussagen von denen sich beweisen läßt, daß sie nicht beweisbar sind. Somit ist die Antwort auf Hilbert's 2. Problem "Nein".

Wenn es ein Polynom gibt dessen Nullstellen exponentiell wachsend voneinander entfernt sind, dann ist Hilbert's 10. Problem nicht lösbar.

DPLL: belege Variable, vereinfache Formel, usw.
Falls $X = 1$ und $\neg X \vee Y$ muß $Y = 1$ sein



Logische Rechenverfahren 2012

- Analyse der Belegungsmöglichkeiten (Boole)
- Inferenzen generieren neues Wissen (Hilbert)
- Dynamische Vereinfachung (Davis)
- Elimination von Redundanz
- Etablierung von Ordnungseinschränkungen
- Starke partielle Modellannahmen
- Dynamische Ordnungswahl
- Dedizierte Normalformtransformation
- Spezifische Algorithmen und Datenstrukturen

= Skalierbarkeit auf reale Probleme

