

6. Übung

1. (5 Punkte) Zeigen oder widerlegen Sie: Ist das primale Problem unlösbar, dann ist das zugehörige duale Problem unbeschränkt.
2. (10 Punkte) Nehmen Sie an, Sie haben ein Programm, das auf Eingabe einer Matrix A und eines Vektors b ein x mit $Ax \geq b$ ausgibt, falls so ein x existiert, und ansonsten ausgibt, dass so ein x nicht existiert.
Zeigen Sie, wie Sie mit Hilfe dieses Programms entscheiden können, ob ein LP lösbar, unlösbar oder unbeschränkt ist, und gegebenenfalls eine optimale Lösung berechnen können.
3. (15 Punkte) Beweisen Sie folgende Behauptungen:
 - (a) Eine Spalte j , die in einem Schritt des Simplex-Algorithmus die Basis verlässt, kann nicht im nächsten Schritt wieder in die Basis aufgenommen werden.
 - (b) Gibt es zu jeder BFS x höchstens zwei Basen B und B' , dann terminiert der Simplex-Algorithmus mit jeder Pivot-Regel.
4. (10 Punkte) Sei A eine symmetrische $(m \times m)$ -Matrix und $b \in \mathbb{R}^m$.
Beweisen Sie: Jede zulässige Lösung des LP

$$\begin{array}{ll} \text{minimiere} & b^T x \\ \text{unter den Bedingungen} & Ax = b \quad \text{und} \\ & x \geq 0 \end{array}$$

ist eine optimale Lösung.