I N F O R M A T I K

Universität des Saarlandes

Dr. Rene Beier, Dr. Bodo Manthey **SS 2006**

Übungen zu Optimierung

http://www.mpi-sb.mpg.de/~opt06

Übung 9 Abgabe: 29.6.2006

Aufgabe 1 (*5 Punkte*)
Wie lange dauert ein Simplex-Schritt mit der Tableaumethode aus der Vorlesung? Geben Sie die Laufzeit als Funktion von m und n an.

Aufgabe 2 (*10 Punkte*)
Betrachten Sie das folgende LP mit nur einer einzelnen Bedingung:

$$\begin{aligned} \text{minimiere} \quad & \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \\ \text{unter den Bed.} \quad & \sum_{i=1}^{n} a_i x_i = b \\ & x_i \geq 0, \text{ für } i = 1, \ldots, n. \end{aligned}$$

a) Entwickeln Sie einen einfachen Test für die Lösbarkeit des LPs und beweisen Sie seine Korrektheit.

b) Unter der Annahme, dass das LP beschränkt ist, geben Sie eine einfache Methode an, um direkt eine optimale Lösung zu berechnen.

Aufgabe 3 (*15 Punkte*)
Diese Übung soll den Umgang mit LPs und Dualität festigen. Wir betrachten noch mal das Min-Cost-Flow Problem aus der Mittsemesterklausur. Gegeben sei ein gerichteter Graph (Netzwerk) G = (V,E). An jedem Knoten v herrscht entweder eine Nachfrage oder ein Angebot an Benzin:

Ist $b(v) > 0$, dann stellt der Knoten $b(v)$ Liter Benzin zur Verfügung. Ist $b(v) < 0$, dann möchte der Knoten $-b(v)$ Liter Benzin bekommen. Jede Kante e hat Kosten $c(e)$ und Kapazität $t(e)$. Über e können also höchsten $t(e)$ Liter Benzin fließen und der Transport von jedem Liter Benzin kostet $c(e)$ Euro. Das Ziel ist es, einen Fluss mit minimalen Kosten auf dem Netzwerk zu finden, so dass die Nachfrage/Angebot-Bedingung für jeden Knoten erfüllt ist.
Wir betrachten jetzt eine konkrete Probleminstanz mit dem Graphen G aus Abbildung 1 und Werten für Kapazitäten, Kosten und Angebot/Nachfrage:

Kante	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
$t(e)$	8	5	2	9	12	1	27
$c(e)$	5	2	7	23	1	12	7

Knoten	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	e_6
$b(e)$	4	0	-2	-1	4	-5

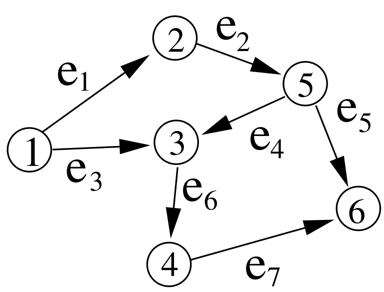

Abbildung 1: Graph G.

a) Formulieren Sie diese Probleminstanz als LP.

b) Ist das LP lösbar? Falls ja, geben Sie eine (nicht notwendigerweise optimale) Lösung und deren Kosten an. (Hier reicht genaues Hinschauen!)

c) Bilden Sie das duale LP.