Mathematik für Informatiker II

Prof. Dr. Benjamin Doerr
MPI für Informatik

M.Sc. Kai Hagenburg
MIA Group

Sommersemester 2010
Universität des Saarlandes

Hausübung Blatt 4
Ausgabe: 7. Mai 2010 **Abgabe:** 14. Mai 2010 vor der Vorlesung

Aufgabe 1 (2+2+2=6 Punkte)

Stellen Sie die folgenden Polynome jeweils als Produkt irreduzibler Polynome über den entsprechenden Körpern dar.

a) $2x^3 + 8x^2 + 8x + 2 \ \in \mathbb{R}[x]$

b) $3x^3 - 6x^2 + 12x - 24 \ \in \mathbb{C}[x]$

c) $2x^3 + 8x^2 + 8x + 2 \ \in \mathbb{Z}/11\mathbb{Z}$

Verwenden Sie hierfür die Polynomdivision und geben Sie alle notwendigen Zwischenschritte an.

Aufgabe 2 (8+2+2=12 Punkte)

a) Sei X die Menge aller reellen Folgen, d.h. $X = \{(x_1, x_2, \ldots) \mid i \in \mathbb{N},\ x_i \in \mathbb{R}\}$. Zeigen Sie, dass X mit der komponentenweise Addition und Skalarmultiplikation ein Vektorraum ist

b) Sei X_0 die Menge aller Folgen, die nur an endlich vielen Stellen ungleich 0 sind. Zeigen Sie, dass X_0 ein Unterraum von X ist.

c) Geben Sie eine Basis von X_0 an. Diskutieren Sie, warum das bei X schwierig sein könnte.

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Gegeben sei mit Π_n die Menge aller Polynome vom Grad kleiner oder gleich n. Ein Element $p \in \Pi_n$ hat somit die Darstellung

$$p(x) = \sum_{k=1}^{n} a_k x^k, \qquad a_k \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Untersuchen Sie, ob folgende Mengen Untervektorräume des Π_n sind:

$$\begin{aligned} W_1 &= \{p \in \Pi_n \mid p(x) = p(-x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\}, \\ W_2 &= \{p \in \Pi_n \mid p(x) = |p(x)| \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\}, \\ W_3 &= \{p \in \Pi_n \mid p(x) = -p(-x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\}. \end{aligned}$$