Prof. Dr. Benjamin Doerr
MPI für Informatik

M.Sc. Kai Hagenburg
MIA Group

Sommersemester 2010
Universität des Saarlandes

Präsenzübung Blatt 1
Ausgabe: 19./20. April 2010

Aufgabe 1 (Menge von linearen Funktionen)

Zeigen Sie, dass die Menge aller linearen Funktionen auf $\mathbb{R}$

$$\{\, f_{a,b} : x \mapsto ax + b \;\mid\; a, b \in \mathbb{R},\; a \neq 0 \,\}$$

mit der Komposition "$\circ$" von Funktionen als Verknüpfung eine Gruppe ist. Ist die Gruppe auch kommutativ?

Aufgabe 2 (Permutationsgruppen)

Für $n \in \mathbb{N}$ sei S_n die Menge aller Bijektionen $\varphi : \{1, \ldots, n\} \to \{1, \ldots, n\}$. Ist dabei $\sigma \in S_n$, so wird σ auch geschrieben als

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \ldots & \sigma(n) \end{pmatrix}$$

Wir versehen S_n mit der Hintereinanderausführung (Komposition) als Verknüpfung, d.h. für $\varphi, \psi \in S_n$ sei $\varphi \circ \psi$ definiert durch

$$(\varphi \circ \psi)(k) := \varphi(\psi(k)) \qquad \text{für alle } k \in \{1, \ldots, n\}.$$

a) Geben Sie die Ordnung von S_n an für beliebiges $n \in \mathbb{N}$ an.

b) Zeigen Sie, dass $(S_n, \circ)$ eine Gruppe ist.

c) Geben Sie die Elemente von S_3 an und bestimmen Sie ihre Gruppentafel.

d) Ist S_n für $n \geq 3$ abelsch?

e) Geben Sie für die Untergruppe

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right\} \tag{1}$$

der Gruppe S_3 für jedes Element die entsprechende Links- und Rechtsnebenklasse an. Welche Elemente $\sigma \in S_3$ haben die Eigenschaft $\sigma U = U\sigma$?

f) Gegeben sei die folgende Permutation $\sigma \in S_{12}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 10 & 11 & 6 & 7 & 2 & 3 & 5 & 12 & 9 & 8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie σ^{703}.