Mathematik für Informatiker II

Prof. Dr. Benjamin Doerr
MPI für Informatik

M.Sc. Kai Hagenburg
MIA Group

Sommersemester 2010
Universität des Saarlandes

Präsenzübung Blatt 5
Ausgabe: 17./18. Mai 2010

Aufgabe 1

Können Sie zeigen, dass der Durchschnitt (auch unendlich vieler) Unterräume eines Vektorraums V wieder ein Unterraum von V ist? Gilt dasselbe auch für die Vereinigung von Unterräumen?

Aufgabe 2

Beweisen Sie die *Dimensionsformel für Unterräume*:
Für endlich-dimensionale Untervektorräume $U, W \subset W$ gilt

$$\dim(U + W) = \dim U + \dim W - \dim\,(U \cap W).$$

Aufgabe 3

Es seien folgende Basen des $\mathbb{R}^2$ gegeben: $A = \{a_1, a_2\}$, $B = \{b_1, b_2\}$, $C = \{c_1, c_2\}$, $D = \{d_1, d_2\}$ mit den Vektoren

$$\begin{aligned} a_1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} & a_2 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ b_1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} & b_2 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ c_1 &= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} & c_2 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ d_1 &= \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} & d_2 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

a) Verifizieren Sie zeichnerisch

$$x = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}_C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}_D.$$

b) Bestimmen Sie graphisch die Koordinaten von x bezüglich der Basis

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$