INFORMATIK

Universität des Saarlandes
FR 6.2 Informatik

Prof. Dr. Kurt Mehlhorn, Dr. Martin Skutella

WS 2003/04

Nachklausur Theoretische Informatik

http://www.mpi-sb.mpg.de/units/ag1/teaching/theoinf-ws0304/index.html

Name: ____________________ 14.04.2004

Vorname: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Note
Punkte										

Identitätskontrolle: ____________________

- Die Bearbeitungszeit beträgt 150 Minuten. Sie können maximal 75 Punkte erreichen. Mit der Hälfte der Punkte haben Sie auf jeden Fall bestanden.
- Es sind **keine** Hilfsmittel zugelassen. Sie dürfen jedoch ein Wörterbuch benutzen, wenn Sie dies **vor** Klausurbeginn der Klausuraufsicht mitgeteilt haben und das Wörterbuch von der Klausuraufsicht kontrolliert wurde.
- Die Klausur besteht aus einem Deckblatt (einseitig) und einem Aufgabenblatt (zweiseitig).
- Beginnen Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt Papier. Schreiben Sie auf jedes Blatt Papier oben Ihren Namen und die Matrikelnummer.
- Achten Sie bitte auf leserliche Schrift und verständliche Begründungen.
- Halten Sie Ihren Personalausweis (oder Reisepass) und Studentenausweis bereit.
- Jeder Täuschungsversuch führt zum Ausschluss von der aktuellen und allen nachfolgenden Klausuren der Vorlesung. Täuschungsversuche werden von der Universität dokumentiert.
- Lassen Sie bei der Abgabe das Deckblatt und alle abgegebenen Blätter von der Aufsicht zusammenheften. Das Aufgabenblatt können Sie behalten.

Aufgabe 1 *(10 Punkte)*

Es seien $\Sigma = \{0, 1, \#\}$ und a, b zwei natürliche Zahlen mit $a \geq b$. Geben Sie eine (deterministische) 2-Band-Turingmaschine an, die die Differenz $a - b$ berechnet. Die Eingabe ist in der Form $bin(a)\#bin(b)$ auf dem ersten Band gegeben. Geben Sie neben der formalen Notation eine kurze Beschreibung der Zustände an. (Der Einfachheit halber darf die Ausgabe führende Nullen enthalten.)

Aufgabe 2 *(8 Punkte)*

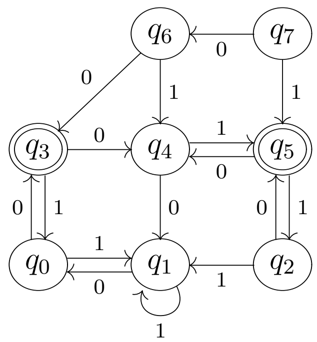
Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ zwei rekursiv aufzählbare Sprachen.
Zeigen Sie: Wenn $L_1 \cup L_2$ und $L_1 \cap L_2$ rekursiv sind, dann sind sowohl L_1 als auch L_2 rekursiv.

Aufgabe 3 *(10 Punkte)*

Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache. Zeigen Sie: $L \in P \Rightarrow L^* \in P$.
Hinweis: Sei $w = w_1 \ldots w_n$. Entwickeln Sie ein Kriterium für $w_i \ldots w_j \in L^*$ und verwenden Sie dynamisches Programmieren.

Aufgabe 4 *(10 Punkte)*

Gegeben sei der nebenstehend abgebildete DFA mit Startzustand q_0.



a) Bestimmen Sie die Menge der überflüssigen Zustände.

b) Konstruieren Sie den zugehörigen Minimalautomaten (Äquivalenzklassenautomaten). Geben Sie die Äquivalenzklassen der neuen Zustände an und zeichnen Sie den Minimalautomaten.
Geben Sie, falls Sie ein Zustandspaar als unterscheidbar klassifizieren, an, *warum* das Zustandspaar unterscheidbar ist.

Aufgabe 5 *(9 Punkte)*

Entscheiden Sie für die folgenden Sprachen, ob sie (1) regulär, (2) kontextfrei, aber nicht regulär oder (3) nicht kontextfrei sind und beweisen Sie Ihre Aussage. (Die Korrektheit einer Grammatik, eines Automaten oder regulären Ausdrucks muss nicht bewiesen werden.)

a) $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid |w|_0 = 2 \cdot |w|_1\}$

b) $L_2 = \{\langle M \rangle \mid \text{ die TM M hält auf leerem Band}\}$

c) $L_3 = \{xwx^R \mid x, w \in \{0,1\}^*, x \neq \varepsilon\}$

Aufgabe 6 (*8 Punkte*)

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (V, T, S, P)$ mit $V = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$ und $P = \{S \to ABb,\ S \to a,\ B \to \varepsilon,\ B \to Ba,\ A \to S,\ A \to bAb\}$. Berechnen Sie eine kontextfreie Grammatik G' in Chomsky-Normalform mit $L(G') = L(G)$. Geben Sie alle Zwischenschritte an (oder beweisen Sie, dass tatsächlich $L(G') = L(G)$ gilt).

Aufgabe 7 (*10 Punkte*)

a) Konstruieren Sie einen Kellerautomaten, der die Sprache $L = \{uv^R \in \{0,1\}^* \mid |u| = |v| \text{ und } \forall i : u_i \neq v_i\}$ akzeptiert.

b) Geben Sie eine (wenn möglich akzeptierende) Konfigurationsfolge für die Eingaben 010101 und 0110 an.

Aufgabe 8 (*10 Punkte*)

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Geben Sie jeweils eine kurze Begründung an.

a) Eine Mehrband-Turingmaschine kann mehr Sprachen erkennen als eine 1-Band-Turingmaschine.

b) Sei L_1 eine nicht rekursive Sprache und $L_2 \subseteq L_1$. Dann ist L_2 nicht rekursiv.

c) $P \subseteq NP \cap coNP$

d) Die regulären Ausdrücke $(01)^*\,0\,(0+1)^*$ und $0\,(10)^*\,(0^* + 1^*)$ beschreiben dieselbe Sprache.

e) Die Menge der kontextfreien Sprachen ist unter Schnitt abgeschlossen.