



Übungen zu Ideen der Informatik

<http://www.mpi-inf.mpg.de/departments/d1/teaching/ws12/ct/>

Blatt 9

Abgabeschluss: 7.1.13

Aufgabe 1 (10 Punkte) Was sind gute Zertifikate für die folgenden Probleme? Sind sie einfach zu überprüfen? Von welchen Zertifikaten glauben Sie, dass sie schwierig zu finden sind?

- Gibt es einen Weg¹ der Länge *höchstens* k zwischen zwei Knoten u und v in einem Graphen?
- Gibt es einen Weg der Länge *mindestens* k zwischen zwei Knoten u und v in einem Graphen?
- Für eine feste Sequenz von Tetris-Blöcken: Kann man so spielen, dass man mehr als k Punkte erreicht?
- Gegeben einen Graphen G , kann man G auf ein Blatt Papier zeichnen, ohne dass sich Kanten kreuzen?

Versuchen Sie Zertifikate sowohl für „Ja“ als auch für „Nein“ Antworten zu finden.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Sie sind der Manager für zwei identische Arbeiter, X und Y . Ihre Firma bekommt im Laufe des Tages nach und nach Aufträge A , die sie an X und Y verteilen müssen. Natürlich wissen Sie nichts von den Aufträgen, bevor sie eingehen. Jeder Auftrag A_i geht zur Zeit t_i ein und braucht Zeit w_i um bearbeitet zu werden und muss sofort zugeteilt werden. Ein Auftrag, der einmal zugeteilt wurde, kann dem Arbeiter nicht mehr weggenommen werden. Es ist Feierabend, wenn der letzte Arbeiter seinen letzten Auftrag fertig gestellt hat.

Eine einfache Strategie zum Verteilen der Aufträge ist es, den Auftrag immer dem Arbeiter zu geben, der augenblicklich am wenigsten Aufträge hat, also als erster fertig würde, kämen keine neuen Aufträge mehr rein.

- Wie ordnet die einfache Strategie die Aufträge mit Arbeitsaufwand $w_1 = 10, w_2 = 20, w_3 = 10, w_4 = 30, w_5 = 40, w_5 = 20$ und Eingangszeit $t_i = i$ den Arbeitern zu?

¹Ein Weg der Länge k ist eine Folge von Knoten x_0, \dots, x_k , so dass sich keine zwei Knoten wiederholen und stets eine Kante zwischen aufeinanderfolgenden Knoten ist.

- b) Geben Sie ein Beispiel an, in dem ein hellseherischer Manager, der Aufträge optimal zuteilen kann, die Aufträge mindestens 1.49 mal schneller abarbeiten lässt, als ihre einfache Strategie.

Aufgabe 3 (10 Punkte) Sie wollen eine Party organisieren. Da ihr Freundeskreis recht groß ist, verstehen sich nicht alle ihrer Freunde untereinander. Um die Party angenehm zu gestalten, wollen Sie nur Personen einladen, die auch untereinander befreundet sind.

Sie haben einen Raum gemietet, der x Personen fasst und möchten herausfinden, ob sie genug Freunde einladen können, um den Raum zu füllen.

Wir nehmen an, dass Sie wissen, welche Ihrer Freunde sich gegenseitig nicht mögen, und das „mögen“ eine symmetrische Relation ist: A mag B genau dann wenn B auch A mag.

- a) Formulieren Sie das Party-Problem als ein Problem auf Graphen und skizzieren Sie einen kleinen Beispielgraphen an, der Ihre Übersetzung erläutert.
- b) Argumentieren Sie, warum dieses Problem in NP ist.
- *) *Für Wagemutige:* Nehmen Sie an, Sie können Graphen effizient mit der minimalen Zahl Farben färben. Geben Sie ein Verfahren an, das das Party-Problem effizient löst.