



## Übungen zu Ideen der Informatik

<http://www.mpi-inf.mpg.de/departments/d1/teaching/ws12/ct/>

Blatt 10

Abgabeschluss: 14.1.13

**Aufgabe 1** (10 Punkte) Wir haben für unseren Computer spezielle Hardware gekauft, die zufällige Bits produziert. Wir möchten gerne Nullen und Einsen gleichverteilt erzeugen. Ungenauigkeiten bei der Herstellung sorgen aber dafür, dass entweder Einsen oder Nullen häufiger vorkommen. Wir möchten die entstehende Zahlenfolge so behandeln, dass sie noch immer zufällig, ihre Verteilung aber ausgeglichen ist.

- Überlegen Sie sich ein Verfahren, um das zu erreichen.
- Nehmen Sie an, die Wahrscheinlichkeit für 1 ist  $p$  und die Wahrscheinlichkeit für 0 ist  $q$  ( $p \neq 0$  und  $q \neq 0$ ). Wieviele Bits verbraucht ihr Verfahren im Mittel um ein gleichverteilt zufälliges Bit auszugeben?

*Hinweis:* Überlegen Sie sich, was die Wahrscheinlichkeit für Paare von Zahlen (also 00, 01, 10, 11) ist.

**Aufgabe 2** (10 Punkte) Wir haben einen randomisierten Algorithmus, der, je nachdem wie die Zufallszahlen ausgewürfelt wurden, manchmal Fehler macht. Wir wollen ein modifiziertes Verfahren finden, das mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit richtige Antworten liefert. Der Algorithmus beantwortet eine ja-nein-Frage.

- Nehmen Sie an, der Algorithmus irrt sich nur einseitig. Positive Antworten sind immer richtig, es wird also nie „ja“ gesagt wenn die Antwort „nein“ sein müsste, negative Antworten sind aber fehlerbehaftet und nur mit Wahrscheinlichkeit  $p$  korrekt.
- Nehmen Sie an, der Algorithmus irrt sich beidseitig, sowohl „ja“ als auch „nein“ Antworten sind nur mit Wahrscheinlichkeit  $p$  korrekt.

Vielleicht müssen Sie weitere einschränkende Annahmen über  $p$  machen.

**Aufgabe 3** (10 Punkte) Wenn Sie eine Antwort für diese Frage zufällig auswählen, was ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie richtig liegen?

- 25%
- 50%
- 0%
- 25%