



max planck institut  
informatik

# Nutzenmaximierende Kommunizierende Agenten

## Algorithmische Spieltheorie

**Kurt Mehlhorn und Adrian Neumann**

**Max Planck Institute for Informatics and Saarland University**

January 21, 2014

# Home Oeconomicus

- Die Wirtschaftswissenschaften modellieren Marktteilnehmer als rational und nutzenmaximierend.
- In der Spieltheorie (game theory) wird rationales nutzenmaximierendes Verhalten systematisch studiert.
- Statt nutzenmaximierend sagt man oft eigennützig (selfish).
- Das verstellt etwas den Blick: Eigennützig ist ein stark negativ belegtes Wort, nutzenmaximierend ist weit weniger negativ belegt.
- rational und nutzenmaximierend = Marktteilnehmer (oft Agent oder Spieler genannt) wägt die Alternativen rational ab und wählt die für ihn beste Alternative.
- Motivation für Präferenzen: das geht die Psychologie und Soziologie an

# Algorithmische Spieltheorie

- frühe Informatiksysteme (bis 1990) wurden für Teams von kooperierenden Nutzern entworfen.
- Heute müssen Systeme auch unter den Gesichtspunkten entworfen werden, dass
  - Nutzer anderen Nutzern bewusst schaden wollen (Vorlesung Kryptographie, Sicherheit, Privatheit) oder
  - Nutzer das Eigenwohl über das Gemeinwohl stellen (heutige Vorlesung).
- **Internetaktionen** (eBay, AdAuctions), Wettbewerb um Bandbreiten, **Autos im Verkehr**, Zuteilung von Arbeit (EasyChair), Flugpreise und Flugtickets, Preisbildung in Märkten,

# Zentrale Fragen

- Gewinnstrategien: wie verhalte ich mich am Besten, um mein Ziel zu erreichen.
- Welche Art von Zuständen stellen sich ein? Periodisches Verhalten oder Gleichgewicht?
- Wie weit können Gleichgewichte vom sozialen Optimum abweichen, das man durch globale Steuerung erreichen könnte. Begriffsbildung: Preis der Anarchie (Price of Anarchy).
- Kann man Spielregeln aufstellen, die sicherstellen, dass sich trotz des Eigennutzes der Marktteilnehmer ein Gleichgewicht einstellt, das nahe am sozialen Optimum ist (mechanism design)
- Wie schwer ist es, Spielregeln zu analysieren? Wie schwer ist es Gleichgewichte auszurechnen?

# Versteigerungen

- In einer Auktion wird der Käufer eines Guts ermittelt. Ziel des Auktionators ist die Maximierung seiner Einnahmen.
- früher: man liest manchmal darüber in der Zeitung
- heute
  - eBay
  - Ad Auctions bei Suchmaschinen und in sozialen Netzwerken
  - Spectrum Auctions
- Arten: englische Auktion (Preise werden nach Geboten erhöht), holländische Auktion (Auktionator reduziert Preis, bis jemand zugreift), Versiegelte Angebote (öffentliche Aufträge), Vickrey Auktion (Second-Price Auction), eBay Auktion

## Versteigerung der Mobilfunk-Lizenzen in 2000

12 Frequenzblöcke wurden versteigert. Ein Teilnehmer musste mindestens zwei und konnte höchstens drei Frequenzblöcke ersteigern. Die Anzahl der Gewinner würde also zwischen vier und sechs liegen.

Die Versteigerung fand zwischen dem 31. Juli und dem 18. August 2000 statt. Erlöst wurden insgesamt etwa 50,8 Milliarden Euro.

Regel: Solange noch Interesse an mehr als 12 Blöcken bestand, wurde der Preis pro Block weiter erhöht.

Am 12. August 2000 reduzierte sich die Anzahl der Bieter auf 6 bei einem Gesamtpreis von knapp unter 32,2 Milliarden EUR. Einige der verbleibenden Bieter boten weiter auf drei Blöcke, um die Anzahl der Lizenznehmer zu reduzieren. Erst am 18. August beschränkten sich alle Auktionsteilnehmer auf Gebote auf jeweils zwei Frequenzblöcke, wodurch die Versteigerung beendet wurde.

# Vickrey Auktion

## Regeln

Jeder Bieter gibt ein Gebot ab.

Der Höchstbietende gewinnt und bezahlt das zweithöchste Gebot.

Wird das Höchstgebot mehrmals abgegeben, so entscheidet das Los.

Es wird ein Gut versteigert, das es nur einmal gibt.

## Frage

Welches Gebot soll man abgeben?

Dazu müssen wir den Begriff Nutzen präzisieren.

Beobachtung: wenn man gewinnt, hängt der Preis nicht vom eigenen Gebot ab. Ob man gewinnt, sehr wohl.

# Wie soll man sich verhalten?

Annahme: jeder Agent weiß genau, welchen Wert in Euro das Gut für ihn hat.

## Was ist der Nutzen für den Agenten $A$ am Ende der Auktion?

$$\text{Nutzen für } A = \begin{cases} 0 & \text{falls } A \text{ verliert} \\ \text{Wert für } A - \text{Preis, den } A \text{ bezahlt} & \text{falls } A \text{ gewinnt} \end{cases}$$

Falls  $A$  verliert, ist sein Nutzen Null, da er nichts bekommt und nichts bezahlt. Falls  $A$  gewinnt und mehr zahlt, als ihm das Gut wert ist, ist sein Nutzen negativ.

## Präzisierung der Frage

Welches Gebot soll man abgeben, um seinen Nutzen zu maximieren?

## Wie soll man sich verhalten?

Agent A macht folgendes Gedankenexperiment. Sei  $b_{max}$  das maximale Gebot der anderen Agenten. A kennt  $b_{max}$  nicht. Sei  $W$  der Wert des Gutes für A.

$$b_{max} > W$$

Falls A gewinnt, ist sein Nutzen negativ, weil er  $b_{max}$  bezahlen muss. Das stimmt für jeden Wert von  $b_{max} > W$ . Also sollte A nicht höher bieten als  $W$ .

$$b_{max} \leq W$$

Wenn A verliert, ist sein Nutzen 0. Wenn A gewinnt, ist sein Nutzen  $W - b_{max}$ . Das ist nichtnegativ (und im Allgemeinen positiv). A maximiert seine Gewinnaussichten, wenn er  $W$  bietet.

Nutzenmaximierendes Verhalten bei Vickrey Auktionen =  
biete den (subjektiven) Wert des Objekts.

# Alternative Analyse

## Satz

*Sei  $N_W$  der Nutzen für A, wenn er das Gebot  $W$  abgibt. Sei  $N_B$  der Nutzen für A, wenn er das Gebot  $B$  abgibt. Dann ist  $N_W \geq N_B$ .*

- Sei  $b_{max}$  das maximale Gebot der anderen Agenten.
- Falls der Ausgang für A mit beiden Geboten gleich ist, dann ist auch der Nutzen gleich. Also  $N_W \geq N_B$ .
- Falls A mit Gebot  $W$  gewinnt und mit Gebot  $B$  verliert, dann ist  $W \geq b_{max} \geq B$  und daher

$$N_W = W - b_{max} \geq 0 = N_B.$$

- Falls A mit Gebot  $W$  verliert und mit Gebot  $B$  gewinnt, dann ist  $W \leq b_{max} \leq B$  und daher

$$N_W = 0 \leq W - b_{max} = N_B.$$

# Mechanismusentwurf

Die Vickrey Auction ist ein Beispiel für den Entwurf von Spielregeln, so dass wahrheitsgemäßes Verhalten der Marktteilnehmer für jeden Marktteilnehmer optimal ist. Es gibt keinen Grund sich strategisch zu verhalten.

dagegen: deutsches Wahlsystem (fünf Prozent Hürde) verleitet zu strategischem Verhalten.

Das Aufstellen von Gesetzen (Regeln) ist Mechanismusentwurf.

## Straßenverkehr

Jeder Fahrer wählt seine Route selbst. Es gibt keine Absprache zwischen den Fahrern.

Die Fahrzeit über eine Straße hängt von der Verkehrsdichte ab. Konkret: für jede Straße gibt es Konstanten  $a \geq 0$  und  $b \geq 0$  mit

$$\text{Fahrzeit} = (a + b \cdot \text{Anzahl der Autos}) \text{ Minuten}$$

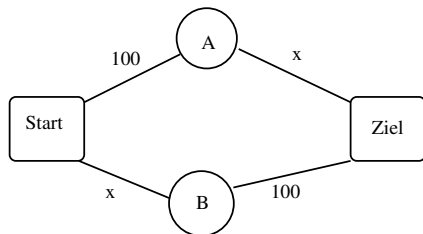
## Soziales Optimum

Routen (je eine pro Fahrer), die Gesamtzeit aller Fahrer minimieren. Warum gibt es das immer?

## Frage

Welcher Zustand stellt sich ein, wenn jeder Fahrer seine Route selbst bestimmt? Immer der Gleiche? Ist er in der Nähe des sozialen Optimums?

# Beispiel von Braess (D. Braess, Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung. Unternehmensforschung 12, 258 - 268 (1968))



- 100 Autos wollen von Start nach Ziel. Fahrzeiten sind:
- Start nach A und B nach Ziel: 100 Minuten
- Start nach B und A nach Ziel:  $x$  Minuten, falls  $x$  Autos fahren

## Soziales Optimum

50 Autos fahren über A, 50 Autos fahren über B.

Jeder hat eine Fahrzeit von 150 Minuten. Gesamtfahrzeit = 15000 Minuten

Warum ist das optimal?

Frage: Nun wird eine Straße zwischen B nach A gebaut mit Fahrzeit Null. Was passiert?

# Was passiert

## Nun wird eine zusätzliche Straße gebaut. Was passiert?

- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich neue Möglichkeiten und alle alten Möglichkeiten gibt es immer noch.
- Was ist **es**?
- es = soziales Optimum: dann stimmt die Argumentation
- es = der Zustand, der sich einstellt, wenn jeder seinen Nutzen maximiert. Dann ist die Argumentation falsch.
- Es ist richtig, dass es neue Möglichkeiten gibt. Wenn aber jemand diese Möglichkeiten nutzt, könnte es für andere schlechter werden.  
denken sie an Deregulierung der Finanzmärkte

# Was passiert

## Nun wird eine zusätzliche Straße gebaut. Was passiert?

- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich neue Möglichkeiten und alle alten Möglichkeiten gibt es immer noch.
- Was ist **es**?
- es = soziales Optimum: dann stimmt die Argumentation
- es = der Zustand, der sich einstellt, wenn jeder seinen Nutzen maximiert. Dann ist die Argumentation falsch.
- Es ist richtig, dass es neue Möglichkeiten gibt. Wenn aber jemand diese Möglichkeiten nutzt, könnte es für andere schlechter werden.  
denken sie an Deregulierung der Finanzmärkte

# Was passiert

## Nun wird eine zusätzliche Straße gebaut. Was passiert?

- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich neue Möglichkeiten und alle alten Möglichkeiten gibt es immer noch.
- Was ist **es**?
- **es** = soziales Optimum: dann stimmt die Argumentation
- **es** = der Zustand, der sich einstellt, wenn jeder seinen Nutzen maximiert. Dann ist die Argumentation falsch.
- Es ist richtig, dass es neue Möglichkeiten gibt. Wenn aber jemand diese Möglichkeiten nutzt, könnte es für andere schlechter werden.  
denken sie an Deregulierung der Finanzmärkte

# Was passiert

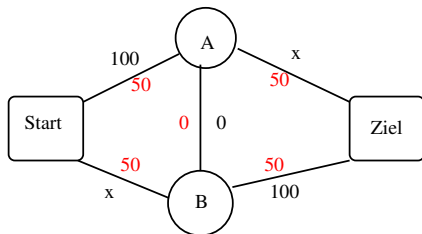
## Nun wird eine zusätzliche Straße gebaut. Was passiert?

- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich neue Möglichkeiten und alle alten Möglichkeiten gibt es immer noch.
- Was ist **es**?
- es = soziales Optimum: dann stimmt die Argumentation
- es = der Zustand, der sich einstellt, wenn jeder seinen Nutzen maximiert. Dann ist die Argumentation falsch.
- Es ist richtig, dass es neue Möglichkeiten gibt. Wenn aber jemand diese Möglichkeiten nutzt, könnte es für andere schlechter werden. denken sie an Deregulierung der Finanzmärkte

# Was passiert

## Nun wird eine zusätzliche Straße gebaut. Was passiert?

- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich neue Möglichkeiten und alle alten Möglichkeiten gibt es immer noch.
- Was ist **es**?
- es = soziales Optimum: dann stimmt die Argumentation
- es = der Zustand, der sich einstellt, wenn jeder seinen Nutzen maximiert. Dann ist die Argumentation falsch.
- Es ist richtig, dass es neue Möglichkeiten gibt. Wenn aber jemand diese Möglichkeiten nutzt, könnte es für andere schlechter werden.  
denken sie an Deregulierung der Finanzmärkte



- 100 Autos wollen von Start nach Ziel
- rot: Anzahl der Nutzer, 50 oben, 50 unten.
- es gibt jetzt effektiv zwei Straßen von Start nach A und von B nach Ziel.

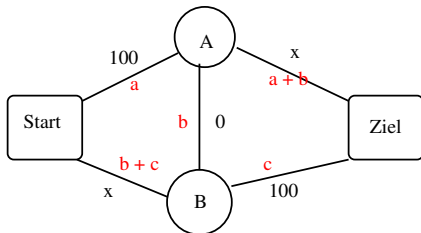
### Überlegung eines Fahrers der Start - B - Ziel fährt

Wenn ich Start - B - A - Ziel fahre, brauche ich nur 101 Minuten statt 150.

### Überlegung eines Fahrers der Start - A - Ziel fährt

Wenn ich Start - B - A - Ziel fahre, brauche ich nur 101 Minuten statt 150.

einige wechseln



- $a$  fahren Start - A - Ziel,  
 $b$  fahren Start - B - A - Ziel,  
 $c$  Fahren Start - B - Ziel.
- $a + b + c = 100$

## Fahrzeiten

Solange  $a \geq 2$  und damit  $b + c \leq 98$ , werden Start - A Fahrer zu Start - B - A wechseln

Solange  $c \geq 2$  und damit  $a + b \leq 98$ , werden B - Ziel Fahrer zu B - A - Ziel wechseln.

Solange  $a \geq 1$  und damit  $b + c \leq 99$ , schadet Wechsel von Start - A Fahrer zu Start - B - A nicht.

Solange  $c \geq 1$  und damit  $a + b \leq 99$ , schadet Wechsel von B - Ziel Fahrer zu B - A - Ziel nicht.



## Beispiele in der Realität (aus Wikipedia Artikel über Braess Paradox)

- In Seoul a speeding-up in traffic around the city was seen when a motorway was removed as part of a restoration project.
- In Stuttgart after investments into the road network in 1969, the traffic situation did not improve until a section of newly built road was closed for traffic again.
- In 1990 the closing of 42nd street in New York City reduced the amount of congestion in the area.
- In 2012, an international team of researchers from Institut Néel (CNRS, France), INP (France), IEMN (CNRS, France) and UCL (Belgium) published **a paper** in PhysRev **showing that adding a path for electrons in a nanoscopic network paradoxically reduced its conductance.** This was shown both by theoretical simulations and experiments at low temperature using a scanning gate microscopy.

# Verkehr: Lokale Optimierung führt zu einem Nashgleichgewicht

Wenn der augenblickliche Verkehrsfluss kein Nashgleichgewicht ist, dann gibt es mindestens einen Fahrer, der sich verbessern kann. Wir wählen **einen (!!!)** dieser Fahrer und er optimiert sein Verhalten. Für diesen Fahrer hat sich die Situation dadurch verbessert, für andere aber unter Umständen verschlechtert, da auf der neuen Route des Fahrers der Verkehr gewachsen ist. Es ist also keineswegs klar, dass sich jemals ein stabiler Zustand ergibt.

## Theorem

*Bei Verkehrsflüssen führt wiederholte Best Response eines einzelnen Fahrers zu einem Nashgleichgewicht.*

# Diskussion

## Theorem

*Bei Verkehrsflüssen führt wiederholte Best Response eines einzelnen Fahrers zu einem Nashgleichgewicht.*

- Es gibt auch Systeme, bei denen sich kein Gleichgewicht einstellt, sondern zyklisches Verhalten

Schweinezyklus: Preis und Produktion von Ferkeln

- das gilt auch für Verkehrsflüsse, falls mehr als ein Fahrer seine Wahl ändern kann.

- Es ist schwierig zu entscheiden, ob sich ein Gleichgewicht automatisch einstellt.

Existenz von Gleichgewichtspreisen

# Beweis

Wir führen das Konzept des Potentials eines Verkehrsflusses ein und zeigen erstens, dass das Potential nie negativ werden kann, und zweitens dass jeder Best Response Zug das Potential verringert.

Sei  $f$  ein Fluss. Für eine Kante  $e$  sei  $f_e$  die Anzahl der Autos, die die Kante  $e$  benutzen, und sei  $\ell_e(x) = a_e + b_e x$  mit  $a_e, b_e \geq 0$  die Fahrzeitfunktion für die Kante  $e$ . Dann definieren wir das Potential  $P(f)$  des Flusses  $f$  als

$$P(f) = \sum_e (\ell_e(1) + \ell_e(2) + \dots + \ell_e(f_e)).$$

Nehmen wir nun, dass es einen Fahrer gibt, der im Augenblick den Weg  $p$  benutzt und für den es sich lohnt zum Weg  $q$  zu wechseln. Sei  $f'$  der Fluss nach dem Wechseln. Dann gilt

$$f'_e = \begin{cases} f_e + 1 & \text{falls } e \in q \setminus p, \\ f_e - 1 & \text{falls } e \in p \setminus q \text{ und} \\ f_e & \text{falls } e \in p \cap q \text{ oder } e \notin p \text{ und } e \notin q \end{cases}$$

Wenn  $e$  eine Kante von  $p$  ist, dann erfährt der Fahrer auf dieser Kante die Verzögerung  $\ell_e(f_e)$ . Also ist  $T = \sum_{e \in p} \ell_e(f_e)$  gerade die augenblickliche Fahrzeit des Fahrers. Analog ist die Fahrzeit nach dem Wechseln gerade  $T' = \sum_{e \in q} \ell_e(f'_e)$ . Da es sich lohnt zu wechseln, gilt  $T' < T$ . Wir betrachten nun die Potentiale von  $f$  und  $f'$ . Es gilt

$$\begin{aligned} P(f') - P(f) &= \sum_e \ell_e(f'_e) - \sum_e \ell_e(f_e) \\ &= \sum_{e \in q \setminus p} \ell_e(f'_e) - \sum_{e \in p \setminus q} \ell_e(f_e) \\ &= \sum_{e \in q} \ell_e(f'_e) - \sum_{e \in p} \ell_e(f_e) \\ &= T' - T \\ &< 0, \end{aligned}$$

d.h., jeder best response Zug verringert das Potential. Das Potential ist nach Definition nie negativ.

# Preis der Anarchie

Wieviel können die Kosten (= Gesamtfahrzeit aller Fahrer) in einem Nashgleichgewicht über den optimalen Kosten liegen?

Die Gesamtfahrzeit eines Flusses  $f$  berechnet sich als

$$C(f) = \sum_e \ell_e(f_e) f_e,$$

wobei  $f_e$  die Anzahl der Fahrer ist, die die Kante  $e$  benutzen, da jeder Fahrer, der  $e$  benutzt, dafür  $\ell_e(f_e) = a_e + b_e f_e$  Zeiteinheiten braucht.

## Theorem

*Sei  $f$  ein Nashgleichgewicht und sei  $f^*$  ein Fluss geringster Kosten. Dann gilt*

$$C(f) \leq \frac{4}{3} \cdot C(f^*).$$

*Die Gesamtkosten des Nashgleichgewichts liegen damit höchstens um ein Drittel über dem Optimum (Braess ist Extrembeispiel).*

# Beweis

Um den Beweis einfach zu halten, beweisen wir nur den Faktor  $8/3$ .

Sei  $n$  die Anzahl der Autos. Für das Auto  $i$ , sei  $p_i$  der Weg im Fluss  $f$  und sei  $q_i$  der Weg im Fluss  $f^*$ . Dann gilt

$$C(f) = \sum_e \ell_e(f_e) f_e = \sum_i \sum_{e \in p_i} \ell(f_e) \quad \text{und} \quad C(f^*) = \sum_e \ell_e(f_e^*) f_e^* = \sum_i \sum_{e \in q_i} \ell(f_e^*).$$

Wir schätzen nun ab:

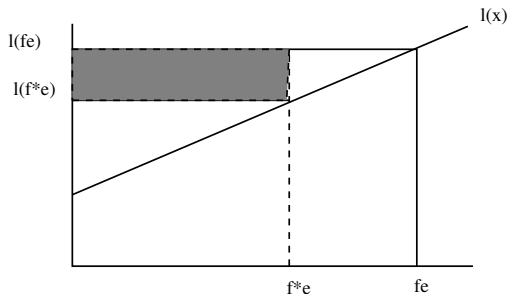
$$\begin{aligned} C(f) &= \sum_e \ell_e(f_e) f_e = \sum_i \sum_{e \in p_i} \ell(f_e) \leq \sum_i \sum_{e \in q_i} \ell(f_e + 1) \\ &= \sum_e \ell_e(f_e + 1) f_e^* = \sum_e (\ell_e(f_e + 1) - \ell(f_e)) f_e^* + \sum_e (\ell_e(f_e) - \ell(f_e^*)) f_e^* + \sum_e \ell_e(f_e^*) f_e^*, \end{aligned}$$

wobei die erste Gleichung daraus folgt, dass in der Summe  $\sum_i \sum_{e \in p_i} \ell(f_e)$  der Term  $\ell(f_e)$  gerade  $f_e$  mal vorkommt, die Ungleichung davon folgt, dass  $f$  ein Nashequilibrium ist und es sich daher für das  $i$ -te Auto nicht lohnen darf vom Weg  $p_i$  auf den Weg  $q_i$  zu wechseln, die zweite Gleichung daraus folgt, dass in der Summe  $\sum_i \sum_{e \in q_i} \ell(f_e + 1)$  der Term  $\ell(f_e + 1)$  gerade  $f_e^*$  mal vorkommt, und die letzte Gleichung aus  $\ell_e(f_e + 1) = \ell_e(f_e + 1) - \ell_e(f_e) + \ell_e(f_e) - \ell_e(f_e^*) + \ell_e(f_e^*)$  folgt. Wir betrachten nun die drei Glieder der Summe nacheinander. Das letzte Glied ist gleich  $C(f^*)$ . Für das erste Glied (zur Erinnerung,  $\ell_e(x) = a_e + b_e x$ )

$$\sum_e (\ell_e(f_e + 1) - \ell(f_e)) f_e^* = \sum_e b_e f_e^* \leq \sum_e \ell_e(f_e^*) f_e^* \leq C(f^*).$$

Beachte dabei, dass  $b_e f_e^* \leq \ell_e(f_e^*) f_e^*$  wegen  $b_e \leq \ell_e(f_e^*)$  für  $f_e^* > 0$ .

Für das mittlere Glied  $\sum_e (\ell_e(f_e) - \ell(f_e^*)) f_e^*$  beobachten wir zunächst, dass wir alle Summanden mit  $f_e \leq f_e^*$  weglassen können; sie bringen keinen positiven Beitrag. Wir müssen nur Summanden mit  $f_e > f_e^*$  betrachten.



Betrachte. Die schräge Gerade steht für die Gerade  $\ell_e(x) = a_e + b_e x$ . Beachte, dass  $a_e \geq 0$  und  $b_e \geq 0$ . Die schraffierte Fläche ist gerade  $(\ell_e(f_e) - \ell_e(f_e^*)) f_e^*$ . Sie ist höchstens ein Viertel der Fläche des Rechtecks  $\ell_e(f_e) f_e$ . Also gilt

$$(\ell_e(f_e) - \ell_e(f_e^*)) f_e^* \leq \frac{1}{4} \cdot \ell_e(f_e) f_e \quad \text{falls } f_e \geq f_e^*.$$

Damit erhalten wir

$$\sum_e (\ell_e(f_e) - \ell_e(f_e^*)) f_e^* \leq \frac{1}{4} \sum_e \ell_e(f_e) f_e = \frac{1}{4} \cdot C(f)$$

und weiter

$$C(f) \leq 2C(f^*) + \frac{1}{4} \cdot C(f).$$

Also  $3C(f)/4 \leq 2C(f^*)$  oder  $C(f) \leq 8/3 C(f^*)$ .

# Diskussion

## Theorem

*Sei  $f$  ein Nashgleichgewicht und sei  $f^*$  ein Fluss geringster Kosten. Dann gilt*

$$C(f) \leq \frac{4}{3} \cdot C(f^*).$$

*Die Gesamtkosten des Nashgleichgewichts liegen damit höchstens um ein Drittel über dem Optimum*

- Bei Verkehrsflüssen weiß man also genau, mit welchen sozialen Kosten freie Einzelentscheidungen verbunden sein können.
- Es gibt Systeme, wo dieser Faktor viel größer ist, z.B. Scheduling.
- Falls man den Faktor  $4/3$  drücken will, muss man Regeln einführen (Ampeln, Geschwindigkeitsbeschränkungen, Nutzungsgebühren), um die freien Entscheidungen zu lenken.

# Zusammenfassung

- Systeme von nutzenmaximierenden Agenten: Verkehrsflüsse, Auktionen, ... auch für Informatik immer wichtiger
- Nash Gleichgewichte existieren unter sehr allgemeinen Bedingungen
- Lösungsqualität von Gleichgewichten kann weit vom Optimum entfernt sein (Preis der Anarchie)
- durch Ändern der Regeln kann man Gleichgewichte beeinflussen, etwa Vickrey Auktionen oder Steuerung von Verkehrsflüssen durch Ampeln, Geschwindigkeitsbeschränkungen, Nutzungsgebühren
- bei manchen Systemen (Verkehrsflüsse) stellen sich Gleichgewichte automatisch ein.