

Information Retrieval for Music and Motion

Meinard Müller

Max-Planck-Institut für Informatik
Campus E1 4, 66123 Saarbrücken, Germany
meinard@mpi-inf.mpg.de

Übungsblatt zum Dynamic Time Warping (DTW)

Aufgabe 1

Sei $\mathcal{F} = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ ein Merkmalsraum. Weiterhin sei $c : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ das durch

$$c(x, y) := 1 - \delta_{xy} = \begin{cases} 0 & \text{falls } x = y, \\ 1 & \text{falls } x \neq y, \end{cases}$$

$x, y \in \mathcal{F}$, definierte Kostenmaß. Geben Sie die DTW-Abstände $\text{DTW}(X, Y)$, $\text{DTW}(X, Z)$ und $\text{DTW}(Y, Z)$ für die folgenden Folgen an:

$$X = \alpha\beta\gamma\alpha\beta\gamma, \quad Y = \gamma\alpha\beta, \quad Z = \alpha\alpha\gamma\alpha.$$

Aufgabe 2

Es sei $F = \mathbb{R}$ und $c : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ das durch $c(x, y) = |x - y|$, $x, y \in \mathbb{R}$, definierte lokale Kostenmaß. Es seien $X = (1, 7, 4, 4, 6)$ und $Y = (1, 2, 2, 7)$. Führen Sie den in der Vorlesung beschriebenen Algorithmus zur Berechnung von $\text{DTW}(X, Y)$ durch. Geben Sie die Kostenmatrix C und die akkumulierte Kostenmatrix D an. Geben Sie weiterhin einen optimalen Warping-Pfad an. Ist dieser eindeutig?

Aufgabe 3

Es sei \mathcal{F} ein Merkmalsraum und $c : \mathcal{F} \times \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ ein symmetrisches lokales Kostenmaß, also $c(x, y) = c(y, x)$ für alle $x, y \in \mathcal{F}$. Zeigen Sie, dass dann auch der DTW-Abstand symmetrisch ist. Zeigen Sie weiterhin, dass für den DTW-Abstand die Dreiecksungleichung im allgemeinen nicht gilt.

Aufgabe 4

In dieser Aufgabe soll das MsDTW-Verfahren analysiert werden. Es seien $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ und $Y = (y_1, y_2, \dots, y_M)$ Folgen der Längen N und M . Der Einfachheit halber nehmen wir im folgenden an, dass $N = M = 2^n$ für eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ gilt. Es bezeichne $A^{\text{DTW}}(N) = N^2$ die Anzahl der benötigten Evaluationen des lokalen Kostenmaßes beim klassischen DTW.

Das MsDTW-Verfahren werde rekursiv mit $f_1 = f_2 = \dots = f_n = 2$ durchgeführt. Hierbei bezeichne $A^{\text{MsDTW}}(N)$ die Anzahl der benötigten Evaluationen des lokalen Kostenmaßes beim MsDTW-Verfahren. Geben Sie eine Abschätzung für den Aufwand $A^{\text{MsDTW}}(N)$. Was lässt sich über den benötigten Speicherplatz sagen?

(Bemerkung: Bei dieser Analyse bleibt der Aufwand zur Berechnung der vergrößerten Sequenzen X_1, X_2, \dots, X_n und Y_1, Y_2, \dots, Y_n unberücksichtigt.)